



Proporcionalidad Numérica

de Raúl Núñez Cabello



publicatustibros.com

PROPORCIONALIDAD NUMÉRICA

Raúl Núñez Cabello

© 2007. Portada diseño by Íttakus.
Difusión de la obra: Íttakus



Licencia Creative Commons

Edición cortesía de www.publicatuslibros.com. Debe reconocer los créditos de la obra de la manera especificada por el autor o el licenciador (pero no de una manera que sugiera que tiene su apoyo o apoyan el uso que hace de su obra). No puede utilizar esta obra para fines comerciales. Si altera o transforma esta obra, o genera una obra derivada, sólo puede distribuir la obra generada bajo una licencia idéntica a ésta. Al reutilizar o distribuir la obra, tiene que dejar bien

claro los términos de la licencia de esta obra. Alguna de estas condiciones puede no aplicarse si se obtiene el permiso del titular de los derechos de autor. Nada en esta licencia menoscaba o restringe los derechos morales del autor.

Publicatuslibros.com es una iniciativa de:

Íttakus, sociedad para la información, S.L.

CIF B 23576481

C/ Sierra Mágina, 10.

23009 Jaén-España

www.ittakus.com



Índice de contenido

Índice de contenido:	4
Presentación	5
Capítulo 1: Ubicación y justificación.....	6
Capítulo 2: Objetivos didácticos.....	7
Capítulo 3: Contenidos conceptuales.....	8
Capítulo 4: Contenidos procedimentales.....	9
Capítulo 5: Contenidos actitudinales.....	10
Capítulo 6: Temas transversales.....	11
Capítulo 7: Temporalización.....	12
Capítulo 8: Metodología.....	13
Capítulo 9: Actividades de introducción.....	15
1. La proporción áurea.....	15
2. El hombre de Vitrubio (Interdisciplinariedad con ciencias de la naturaleza).....	15
3. La proporción áurea en el arte.....	17
Capítulo 10: Actividades de desarrollo.....	19
1. Proporcionalidad directa: regla de tres directa (Educación para el consumidor).....	19
a) Proporcionalidad inversa: regla de tres inversa (Educación ambiental).....	19
b) Proporcionalidad mixta.....	19
c) Intereses y porcentajes.....	20
Capítulo 11: Actividades de refuerzo.....	21
1. Porcentaje.....	21
a) Regla de tres sencilla (Educación para la utilización del tiempo de ocio).....	21
b) Descuentos (Educación para el consumidor).....	22
Capítulo 12: Actividades de ampliación.....	23
1. Escritores.....	23
a) Viajeros.....	23
b) Los gráficos que aparecen en la prensa no son exactos.....	23
Capítulo 13: Criterios de evaluación.....	25

Presentación

Este libro forma parte de una colección de cuatro libros sobre aritmética y álgebra para un nivel de segundo ciclo de Educación Secundaria Obligatoria.

Éste es el primer bloque por el que se comienza la enseñanza de matemáticas en todos los cursos de ESO, y es, por tanto, en el que se tiene tradicionalmente más tiempo para proponer a los alumnos diferentes actividades y juegos más originales y creativos de las que se les suele mandar tradicionalmente.

Así, este libro y los otros tres que forman esta colección tratan de ofrecer, a las profesoras y profesores que lo estimen oportuno, algunas actividades sobre diferentes aspectos de este primer bloque matemático para hacer en clase de vez en cuando, así como animarles a hacerlo, ya que, hoy por hoy, se antoja como una opción realmente buena para acercar la aritmética y el álgebra a las alumnas y alumnos.

La colección de libros de aritmética y álgebra la forman las obras: Números enteros y divisibilidad; números racionales e introducción de los números irracionales; potencias y raíces y; proporcionalidad numérica; todos ellos publicados en esta editorial y de los que espero que sean útiles a aquel que los lea.

El autor.

Capítulo 1: Ubicación y justificación.

Este libro está perfectamente justificado por el **Real Decreto 1631/2006, de 29 de diciembre** y por el **Decreto 231/2007, de 31 de julio**, por los que se establecen las enseñanzas mínimas correspondientes a la Educación Secundaria Obligatoria en España y Andalucía respectivamente, así como por la **Orden de 10 de agosto de 2007**, por la que se desarrolla este currículo en Andalucía, que establecen, entre otros como contenidos de 3º de ESO en el bloque de Números y medidas:

- Relaciones de proporcionalidad entre magnitudes. Construir y utilizar relaciones de Proporcionalidad de diferentes formas.
- Tantos por ciento, por uno, por mil. Como operadores, en distintos contextos y sin usar fórmulas.

Partimos de que el concepto de proporción no es totalmente novedoso para los alumnos y alumnas de 3º de ESO, pues ya ha tenido en primer ciclo un contacto inicial con el concepto de proporción. Por ejemplo, el Decreto sitúa en 2º de ESO la proporcionalidad de segmentos y el Teorema de Thales.

A su vez, los conocimientos que se adquieran en este tema, serán necesarios en los cursos siguientes. Así por ejemplo, el Decreto menciona en 4º ESO opción A "Tratamiento de la proporcionalidad. Se contemplará con mayor detalle las aplicaciones de la proporcionalidad en el campo comercial: porcentajes, interés y descuento simples...". Sin duda será de utilidad el dominio del concepto de porcentaje en toda la estadística, pues es una forma muy usada de expresión de probabilidad

Capítulo 2: Objetivos didácticos.

Después de este tema, los alumnos deben haber alcanzado los siguientes objetivos:

1. Asimilar los conceptos de proporcionalidad y porcentaje.
2. Distinguir entre proporcionalidad directa o inversa.
3. Resolver problemas de proporcionalidad como: repartos proporcionales, mezclas, etc.
4. Conocer los porcentajes y resolver problemas de porcentajes e interés simple o compuesto.
5. Representar gráficamente porcentajes.
6. Utilizar la calculadora adecuadamente para el cálculo de intereses y porcentajes.

Estos objetivos, nos sirven además, para desarrollar el **objetivo de etapa**:

- l) Elaborar estrategias de identificación y resolución de problemas en los diversos campos del conocimiento y la experiencia, contrastándolas y reflexionando sobre el proceso seguido.

Los objetivos de la unidad didáctica nos ayudarán a alcanzar los **objetivos de área**:

1. Utilizar el conocimiento matemático para organizar, interpretar e intervenir en diversas situaciones de la realidad.
2. Comprender e interpretar distintas formas de expresión matemática e incorporarlas al lenguaje y a los modos de argumentación habituales.
6. Utilizar con soltura y sentido crítico los distintos recursos, con especial énfasis en los recursos tecnológicos (calculadoras, programas informáticos) de forma que supongan una ayuda en el aprendizaje y en las aplicaciones instrumentales de matemáticas.

Capítulo 3: Contenidos conceptuales.

Para alcanzar estos objetivos desarrollamos los siguientes contenidos:

1. Razón y proporcionalidad
2. Proporcionalidad directa, inversa y compuesta
3. Repartos proporcionales
4. Regla de tres y reducción a la unidad.
5. Porcentajes: cálculos y representación
6. Interés: simple y compuesto.

Capítulo 4: Contenidos procedimentales.

1. Determinación de la proporcionalidad, directa o inversa, existente entre dos magnitudes.
2. Aplicación de la regla de tres simple directa o indirecta.
3. Obtención de la razón de proporcionalidad entre magnitudes directamente proporcionales.
4. Método de resolución de problemas de proporcionalidad compuesta.
5. Cálculos de incrementos y disminuciones porcentuales.
6. Representación de proporciones: en %, tanto por uno, tanto por mil o fracción irreducible.
7. Resolución de problemas de interés.
8. Aprender a manejar los porcentajes con la calculadora.

Capítulo 5: Contenidos actitudinales.

1. Desarrollar la capacidad de detección de casos de proporcionalidad en la realidad.
2. Curiosidad e interés por enfrentarse a problemas cotidianos como descuentos, repartos, cálculos financieros elementales, etc.
3. Fomentar el análisis y sentido crítico ante las informaciones que reciben.

Capítulo 6: Temas transversales.

1. **Educación para el consumidor:** Trabajaremos con porcentajes, generalmente en situaciones de compra y venta. La unidad trata el tema de los impuestos, como el IVA. Trataremos de crear en ellos actitudes de consumo crítico y responsable.
2. **Educación para la utilización del tiempo de ocio:** Aprovecharemos una actividad sobre cine para destacar la importancia de estar en contacto con manifestaciones culturales como el cine o el teatro.

Capítulo 7: Temporalización.

Dedicaremos al tema alrededor de **siete sesiones**. Casi **dos semanas** de clase aproximadamente, aunque esto es variable en función de la evolución de los alumnos, de los conocimientos previos y del desarrollo de las actividades.

Capítulo 8: Metodología.

La unidad se iniciará con explicaciones y pruebas que persiguen un doble objetivo: evaluar los conocimientos previos y motivar a los alumnos por el aprendizaje de nuevos contenidos.

En este sentido, se pueden realizar las siguientes **actividades EN GRUPO**:

- Aprovechando la época y que había estado ahorrando durante meses y ya disponía de 150 euros, fui a mirar bicis a las rebajas. Si la que me gustaba costaba inicialmente 200 euros y tenía una rebaja del 50%, ¿podría comprármela?
- He decidido donar la cuarta parte de mi paga a una campaña de solidaridad con el Sudeste asiático. Si mi paga es de 60 € al mes, ¿cuál será mi aportación?
- En verano ardió el 8 % de un bosque de 16.000 árboles. ¿Cuántos árboles se quemaron?
- Con los 50 euros que me dieron por mi cumpleaños abrí una cuenta juvenil que me da un interés del 10% anual. ¿Cuánto dinero tendré el año que viene por estas fechas?

En cuanto al **NIVEL Y DIFICULTAD DEL TEMA**, se prestará especial atención a:

- Los alumnos deben ser capaces de discernir si dos magnitudes son proporcionales.
- Insistir en la necesidad de una lectura detallada de los problemas para identificar la relación entre las magnitudes que intervienen.
- La proporcionalidad inversa y la resolución de problemas reales son también aspectos donde los alumnos encuentran dificultades.

Para intentar salvar estas dificultades, será conveniente realizar las siguientes **actividades INDIVIDUALMENTE**:

- Ejercicios de aplicación de los procedimientos vistos para cálculos de proporcionalidad
- Problemas de repartos proporcionales.

- Ejercicios de porcentajes con fracciones, tantos por uno y tantos por ciento.
- Problemas de aumentos y disminuciones porcentuales.
- Problemas de interés bancario

Recursos:

- La **calculadora científica** facilita los cálculos necesarios para la resolución de los problemas relacionados con la idea de proporcionalidad numérica.
- **Videos** sobre el concepto de porcentaje. Por ejemplo, "El ojo matemático 3: Fracciones y porcentajes, de Metrovídeo Española.
- **Impresos de propaganda de grandes almacenes.**
- **Recibos de la casa: agua, luz, teléfono, etc.**
- **Anuarios con datos estadísticos económicos o sociales.**

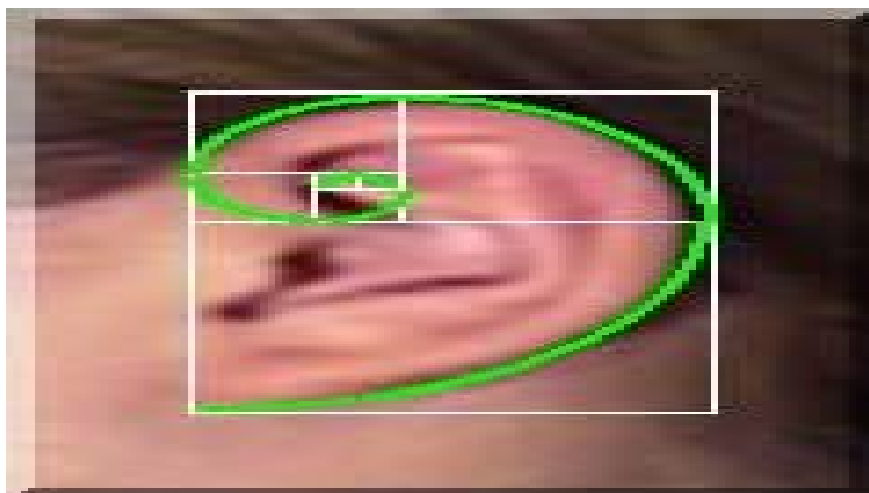
Capítulo 9: Actividades de introducción.

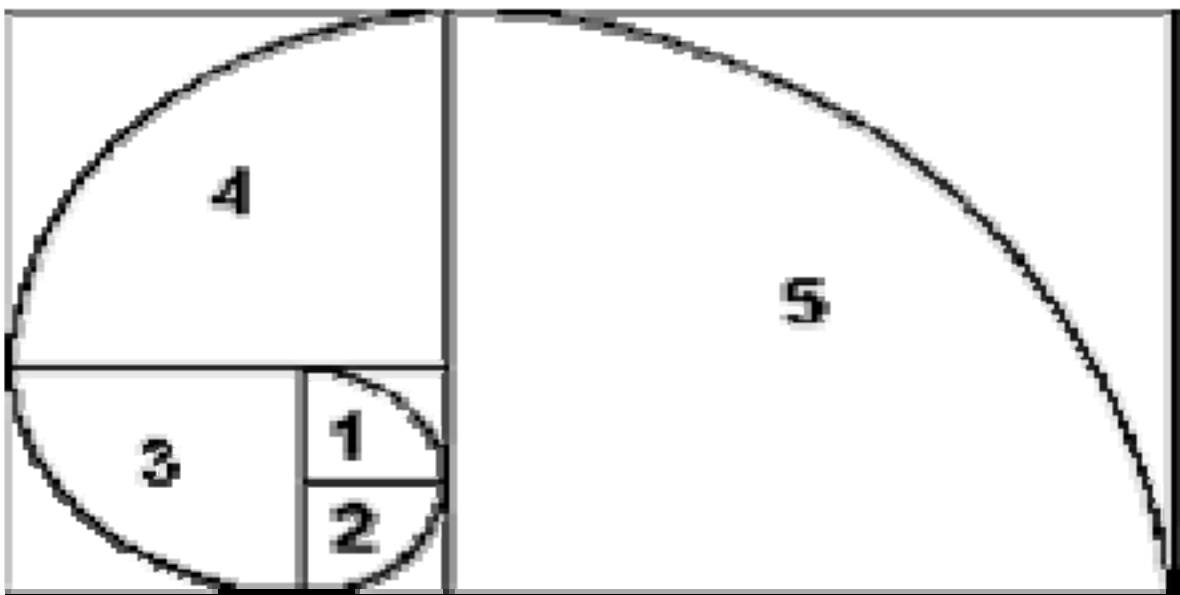
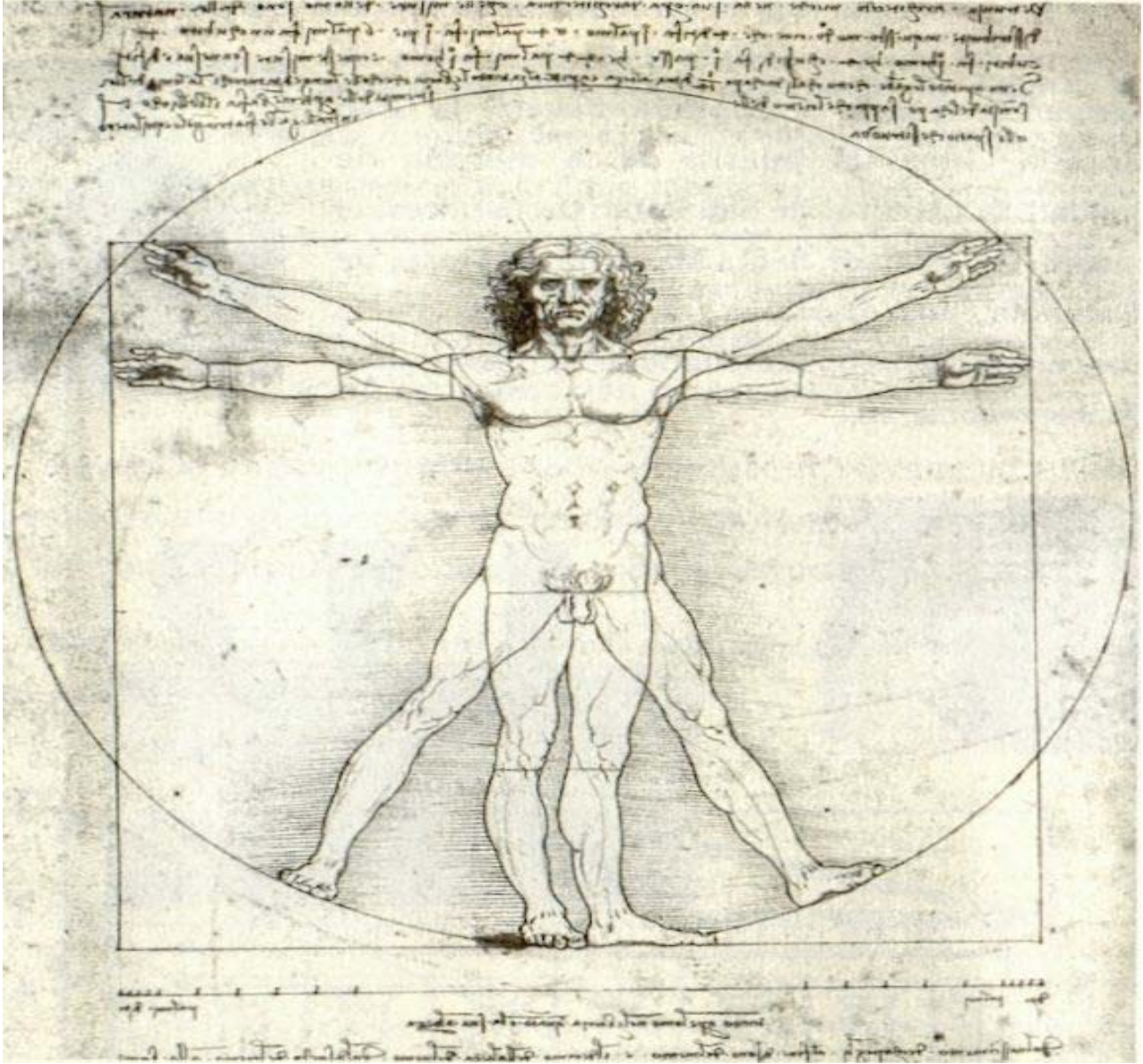
1. La proporción áurea.

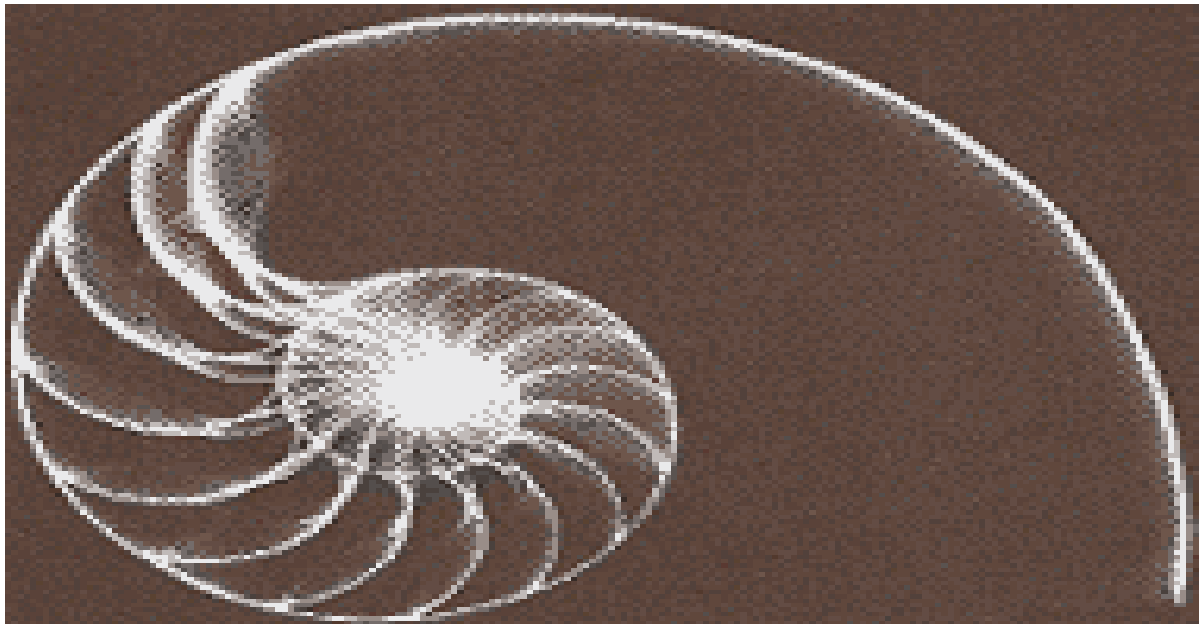
Leonardo da Vinci estudió en profundidad la aparición de la razón áurea en el Cuerpo Humano. Si quieres comprobarlo puedes medir desde tu hombro hasta la punta de los dedos de la mano extendida. El resultado divídelo por la medida desde el codo hasta la punta extendida de los dedos. (¿Cuánto te sale?). Prueba a hacer lo mismo con las medidas desde la cadera al suelo entre la medida desde la rodilla al suelo. También puedes probar a dividir tu altura total por la medida resultante desde tu ombligo al suelo. Todos estos estudios de Leonardo son fruto de concienzudas medidas y estudios sobre cadáveres.

2. El hombre de Vitrubio (Interdisciplinariedad con ciencias de la naturaleza).

Unas proporciones armoniosas para el cuerpo las plasmó en este dibujo Leonardo da Vinci. Sirvió para ilustrar el libro *La Divina Proporción* de Luca Pacioli editado en 1509. Otras imágenes de las proporciones áureas que se dan en el cuerpo humano y en la naturaleza pueden ser las siguientes:



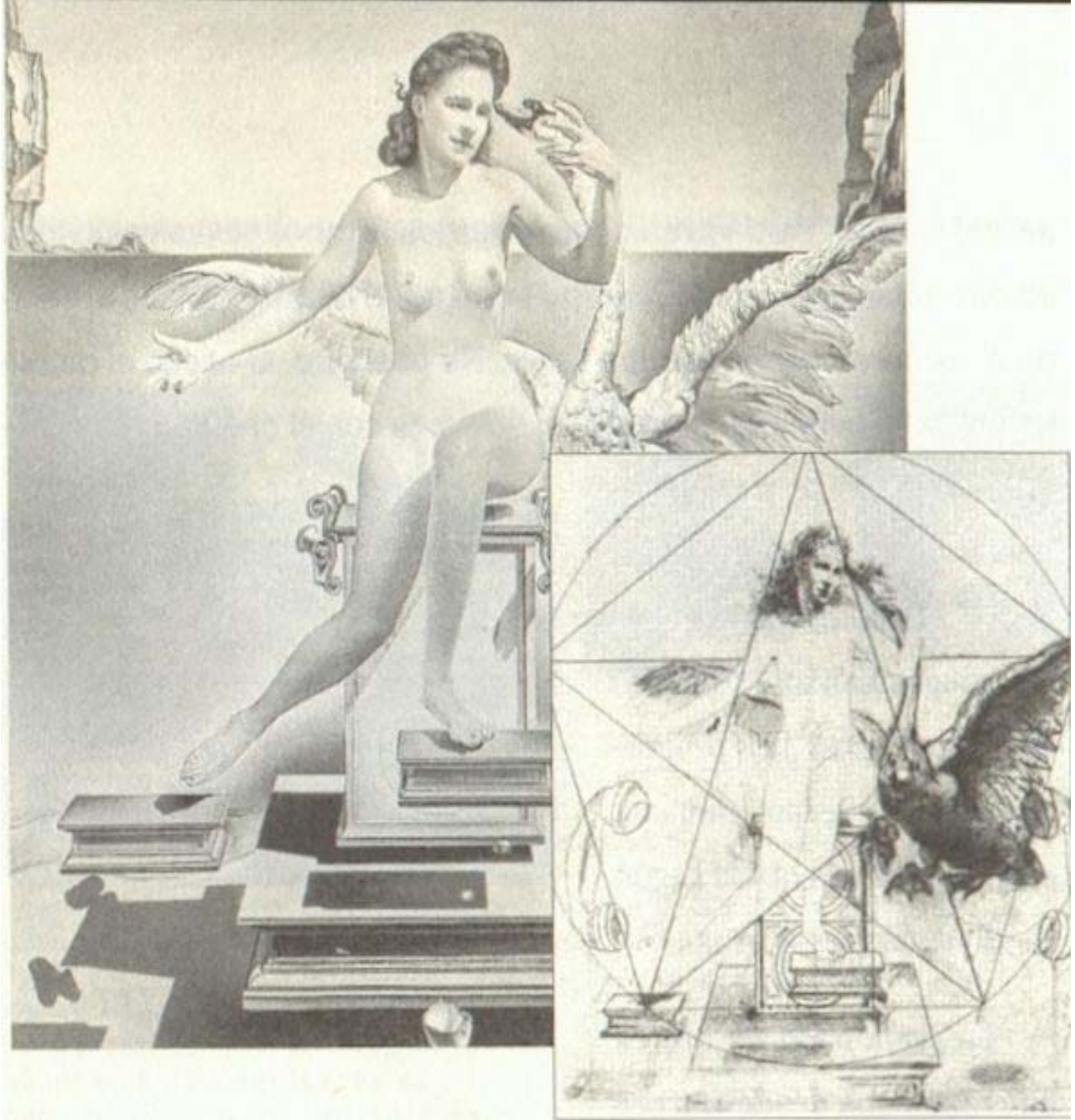




En la naturaleza, aparece la proporción áurea también en el crecimiento de las plantas, las piñas, la distribución de las hojas en un tallo, dimensiones de insectos y pájaros y la formación de caracolas. Se puede invitar a los alumnos que pongan algún ejemplo más, e incluso se les puede acompañar al aula de informática a buscar más información del tema en internet.

3. La proporción áurea en el arte.

El cuadro de Dalí *Leda atómica*, pintado en 1949, sintetiza siglos de tradición matemática y simbólica, especialmente pitagórica. Se trata de una filigrana basada en la proporción áurea, pero elaborada de tal forma que no es evidente para el espectador. En el boceto de 1947 se advierte la meticulosidad del análisis geométrico realizado por Dalí basado en el pentagrama místico pitagórico. Con este último ejemplo de la proporción áurea se pretende que el alumno se dé cuenta de la importancia de ésta en múltiples disciplinas del saber.



Capítulo 10: Actividades de desarrollo.

1. Proporcionalidad directa: regla de tres directa (Educación para el consumidor).

Si 2 Kg de sardinas son 24 sardinas, ¿cuántas sardinas son medio kg?

2 kg sardinas \longrightarrow 24 sardinas

$\frac{1}{2}$ kg sardinas \longrightarrow x sardinas $\Rightarrow x = \frac{24 \times (1/2)}{2} = \frac{12}{2} = 6$ sardinas

a) Proporcionalidad inversa: regla de tres inversa (Educación ambiental).

Si voy pedaleando a 20 km por minuto, tardo 15 minutos de mi casa al instituto. ¿Cuánto tardaré si aumento la velocidad a 30 km/min?

20 km/min \longrightarrow 15 minutos

30 km/min \longrightarrow x minutos $\Rightarrow x = \frac{20 \times 15}{30} = \frac{300}{30} = 10$ minutos

b) Proporcionalidad mixta.

Un trozo de seda bordada de 12 m de largo y 5 de ancho cuesta 400 euros. ¿Qué trozo de tela puedo comprar si necesito que sea de 4m de largo y dispongo de 200 euros? Se expresa el enunciado en la siguiente tabla:

m largo	m ancho	€
12	5	400
4	?	200

Se establecen las relaciones: A menor número de euros (e igual largo) menor altura de la tela, a menor largo de tela mayor (e igual número de euros) mayor ancho de la tela.

Una vez extraídas las relaciones, se identifica la primera como relación de proporcionalidad directa y la segunda de proporcionalidad inversa. Se procede a resolverlo por partes:

Si con 400 € puedo comprar un trozo de tela de 12 m de largo y 5m de alto, ¿qué alto podré comprar con 200€ para el mismo largo?

400 € \longrightarrow 5 m alto (12 largo)

200 € \longrightarrow x m alto (12 largo) $\Rightarrow x = \frac{200 \times 5}{2} = 2,5$ m (12 largo)

La segunda parte del problema es esta: Si con 200 € puedo comprar una tela de 12 m de largo y 2,5 de alto, ¿qué altura tendrá la tela si el largo es 4m?

12 m largo \longrightarrow 2,5 m alto (200€)

4 m largo \longrightarrow x m alto (200€)

$$\Rightarrow x = \frac{12 \times 2,5}{4} = 7,5 \text{ m alto, 4 m largo y 200€}$$

c) Intereses y porcentajes.

Si tengo depositado en un banco a través de internet 3000 € y me dan un interés del 5.2%, ¿qué interés me abonarán al pasar un año?

100 \longrightarrow 5,2

3000 \longrightarrow x $\Rightarrow x = \frac{3000 \times 5,2}{100} = 156$ € de interés anual

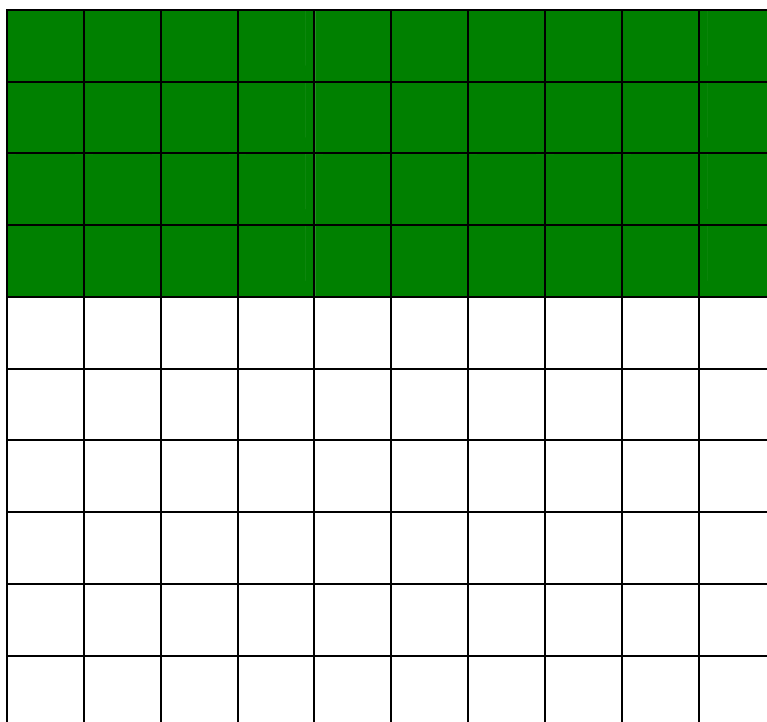
Capítulo 11: Actividades de refuerzo.

Están orientadas a aquellos alumnos que tienen dificultades en alcanzar los objetivos señalados. Cabría la posibilidad de dar a estos alumnos estas actividades en unas fichas aparte para que las vayan haciendo. Se pueden proponer las siguientes actividades:

1. Porcentaje.

¿A qué % equivale la fracción $2/5$? Representa dicho porcentaje en una cuadrícula.

$2/5$ es equivalente a $40/100$ (basta con multiplicar numerador y denominador por un 20). La fracción $40/100$ representa el 40%, es decir, de 100 unidades cogemos cuarenta. Si lo representamos en una cuadrícula, coloreando 40 de 100 partes sería:



a) Regla de tres sencilla (Educación para la utilización del tiempo de ocio).

De los 25 alumnos de clase, 20 se reconocen aficionados al cine y los otros 5 no tienen interés por el tema.

Suponiendo que la proporción de alumnos aficionados al cine se mantiene en los 4 grupos de clase que tienen 100 alumnos en total. ¿A cuántos alumnos y alumnas de todos los grupos les gusta el cine?

b) Descuentos (Educación para el consumidor).

Partiendo de las hojas de propaganda de unos grandes almacenes, calcular los ahorros netos y proporcionales al aplicar los descuentos que se indican.

Capítulo 12: Actividades de ampliación.

Están dirigidas a aquellos alumnos que han alcanzado rápidamente los objetivos propuestos, que tienen curiosidad por el tema y que les gustaría saber más en algunos aspectos:

1. Escritores.

Un escritor de novelas ha tardado 60 días en escribir su última obra, escribiendo 10 pág. al día.

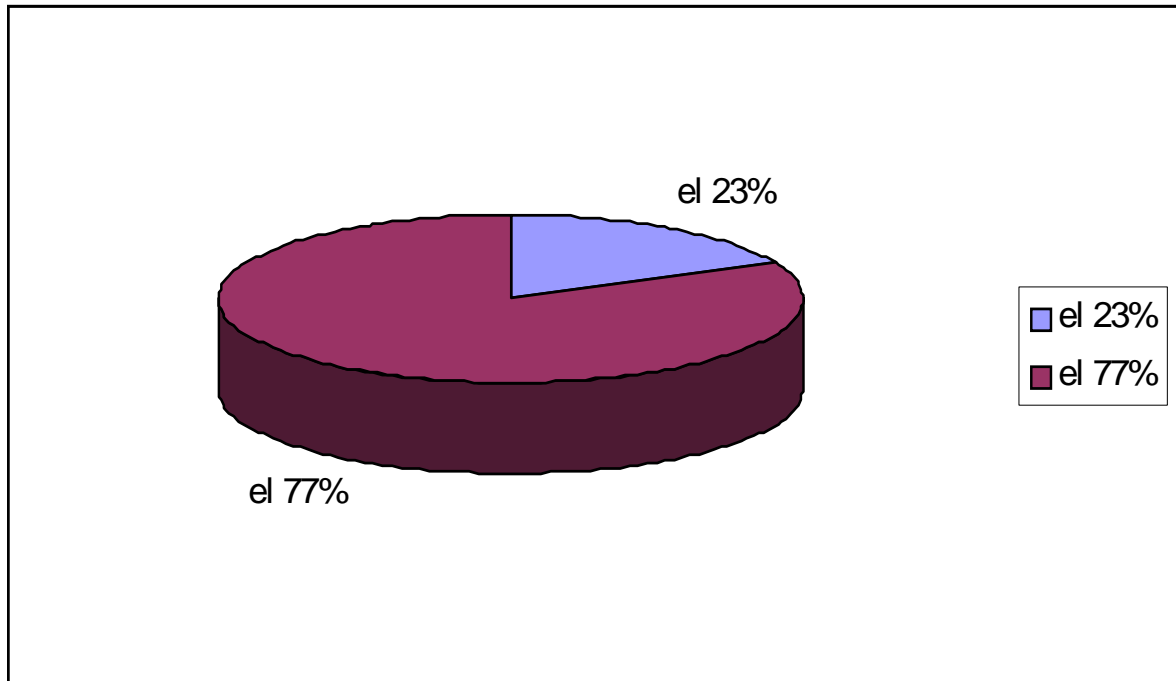
- a) ¿Cuántos días hubiera tardado si hubiese escrito 5 pág/día?
- b) si hubiera acabado en 14 días, ¿Cuántas pág. diarias tendría que haber escrito?

a) Viajeros.

En 20 días, un viajero caminando 10 h diarias recorrió 1240 km. ¿cuántos kilómetros recorrerá en 15 días caminando 11 h diarias?

b) Los gráficos que aparecen en la prensa no son exactos.

Se pidió a los alumnos y alumnas que recortaran de la prensa los datos de porcentajes e intereses que encontrarán. Nosotros habíamos buscado gráficos de porcentaje donde los números no coincidieran exactamente con la cantidad representada, y se los mostramos para ver si veían algo raro.. Por ejemplo, el gráfico siguiente:



Es un gráfico trucado. Muestra unos porcentajes distintos a los de su valor real, en realidad corresponde a una gráfica que muestra el 18% y el 82%. Se carga de importancia el dato del 77%. Así, no nos hacemos una idea del 23%. Se dieron otros muchos casos en la prensa.

Capítulo 13: Criterios de evaluación.

1. Conocer los conceptos de proporcionalidad y porcentaje.
2. Identificar los casos de proporcionalidad directa e inversa.
3. Resolver problemas aplicando la regla de tres directa e inversa.
4. Resolver problemas de aplicación de porcentajes e interés, ya sea simple o compuesto.
5. Representar gráficamente porcentajes.
6. Utilizar la calculadora adecuadamente para el cálculo de intereses y porcentajes.

Con estos criterios de evaluación se desarrollan los siguientes Criterios de evaluación de área:

- Analizar relaciones de dependencia entre magnitudes en situaciones reales, reconociendo la influencia de una variable sobre otra.
- Inferir a partir de diagramas, tablas y gráficas que recojan datos de situaciones del mundo real.
- Seleccionar información relevante para resolver problemas.

Sobre el autor



Raúl Núñez Cabello

Experiencia docente:

Clases de Matemáticas e Informática de Educación Secundaria Obligatoria en el IES Francisco Rivero de Los Molares (Sevilla) durante todo el curso 2007/2008.

Clases de Matemáticas y Tecnología de Educación Secundaria Obligatoria en el colegio concertado Providencia del Sagrado Corazón en La Línea de la Concepción (Cádiz) durante todo el curso 2006/2007.

Prácticas del Curso de Adaptación Pedagógica (C.A.P.) en el I.E.S. Doménico Scarlatti de Aranjuez (Madrid) en Diciembre de 2004, impartiendo clases en 2º de bachillerato con el profesor-tutor D. José María Lorenzo Magam.

Amplia experiencia impartiendo clases en academias y a particulares de matemáticas a distintos niveles educativos, principalmente a niveles de secundaria obligatoria y bachillerato.

Elaboración de programaciones y unidades didácticas. Conocimiento de la estructura, objetivos y contenidos del sistema educativo.

Tareas de asesoramiento, orientación y coordinación de estudios matemáticos en el Colegio Mayor Guadaira (Sevilla).

Impartición de cursos sobre aprendizaje de distintas aplicaciones informáticas a sus usuarios finales en la Junta de Andalucía.

Teléfonos: 653574158; 605708429;

Correo electrónico: mncabello@gmail.com