

# Potencias y raíces

de Raúl Núñez Cabello



# POTENCIAS Y RAÍCES

**Raúl Núñez Cabello**

© 2007. Raúl Núñez Cabello  
REGISTRO DE LA PROPIEDAD INTELECTUAL DE ANDALUCÍA: MA-1010/05

© 2007. Portada diseño by Íttakus.  
Difusión de la obra: Íttakus



**Licencia Creative Commons**

Edición cortesía de [www.publicatuslibros.com](http://www.publicatuslibros.com). Debe reconocer los créditos de la obra de la manera especificada por el autor o el licenciador (pero no de una manera que sugiera que tiene su apoyo o apoyan el uso que hace de su obra). No puede utilizar esta obra para fines comerciales. Si altera o transforma esta obra, o genera una obra derivada, sólo puede distribuir la obra generada bajo una licencia idéntica a ésta. Al reutilizar o distribuir la obra, tiene que dejar bien claro los términos de la licencia de esta obra. Alguna de estas

condiciones puede no aplicarse si se obtiene el permiso del titular de los derechos de autor. Nada en esta licencia menoscaba o restringe los derechos morales del autor.

Publicatuslibros.com es una iniciativa de:

**Íttakus, sociedad para la información, S.L.**

CIF B 23576481

C/ Sierra Mágina, 10.

23009 Jaén-España

[www.ittakus.com](http://www.ittakus.com)



# Índice de contenido

Índice de contenido: .....	4
Presentación .....	5
Capítulo 1: Ubicación y justificación .....	6
Capítulo 2: Objetivos didácticos .....	7
Capítulo 3: Contenidos conceptuales .....	8
Capítulo 4: Contenidos procedimentales .....	9
Capítulo 5: Contenidos actitudinales .....	10
Capítulo 6: Temas transversales .....	11
Capítulo 7: Temporalización .....	12
Capítulo 8: Metodología .....	13
Capítulo 9: Actividades de introducción .....	15
1. Cuadrado mágico .....	15
2. Notación científica en el cuerpo humano (Interdisciplinariedad con ciencias de la naturaleza) .....	15
3. Introducción a la raíz cúbica .....	15
Capítulo 10: Actividades de desarrollo .....	16
1. Potencias de exponente entero .....	16
a) Notación científica en bosques (Educación ambiental) .....	16
b) Potencias para expresar bacterias (Educación para la salud) .....	17
c) Operaciones con radicales .....	17
Capítulo 11: Actividades de refuerzo .....	18
1. Potencias de exponente entero .....	18
a) Racionalización de denominadores .....	18
b) Operaciones con radicales .....	18
c) Relaciona cada magnitud con su orden de magnitud .....	19
Capítulo 12: Actividades de ampliación .....	20
1. Operaciones con radicales de mayor dificultad .....	20
a) Notación científica en el universo .....	20
b) Demostración geométrica del cuadrado de una suma .....	20
Capítulo 13: Criterios de evaluación .....	21

## Presentación

Este libro forma parte de una colección de cuatro libros sobre aritmética y álgebra para un nivel de segundo ciclo de Educación Secundaria Obligatoria.

Éste es el primer bloque por el que se comienza la enseñanza de matemáticas en todos los cursos de ESO, y es, por tanto, en el que se tiene tradicionalmente más tiempo para proponer a los alumnos diferentes actividades y juegos más originales y creativos de las que se les suele mandar tradicionalmente.

Así, este libro y los otros tres que forman esta colección tratan de ofrecer, a las profesoras y profesores que lo estimen oportuno, algunas actividades sobre diferentes aspectos de este primer bloque matemático para hacer en clase de vez en cuando, así como animarles a hacerlo, ya que, hoy por hoy, se antoja como una opción realmente buena para acercar la aritmética y el álgebra a las alumnas y alumnos.

La colección de libros de aritmética y álgebra la forman las obras: Números enteros y divisibilidad; números racionales e introducción de los números irracionales; potencias y raíces y; proporcionalidad numérica; todos ellos publicados en esta editorial y de los que espero que sean útiles a aquel que los lea.

El autor.

## Capítulo 1: Ubicación y justificación.

Este libro está perfectamente justificado por el **Real Decreto 1631/2006, de 29 de diciembre** y por el **Decreto 231/2007, de 31 de julio**, por los que se establecen las enseñanzas mínimas correspondientes a la Educación Secundaria Obligatoria en España y Andalucía respectivamente, así como por la **Orden de 10 de agosto de 2007**, por la que se desarrolla este currículo en Andalucía, que establecen, entre otros como contenidos de 3º de ESO en el bloque de Números y medidas:

- **Potencias:** Construir el significado de la potencia de base racional y exponente natural a partir de contextos concretos que permitan interpretar los resultados y mediante la calculadora.
- **Raíces:** Existencia y obtención de una raíz de una fracción a partir de contextos concretos que permitan interpretar los resultados, mediante la calculadora.

Durante el primer ciclo de ESO ya se han introducido las potencias de base entera y exponente natural y las raíces cuadradas. En este tema trataremos el resto de las potencias, salvo las de exponente irracional, y las raíces de cualquier índice de números racionales.

## Capítulo 2: Objetivos didácticos.

Después de este tema, los alumnos deben haber alcanzado los siguientes objetivos:

1. Operar con potencias de exponente natural.
2. Calcular las potencias de exponente entero y base cualquiera.
3. Operar con números expresados en notación científica con y sin calculadora.
4. Conocer el orden de magnitud de un número expresado en notación científica.
5. Comprobar q los radicales de índice par tienen dos raíces y los de índice impar solo una.
6. Definir potencias d exponente fraccionario y usarlas para obtener propiedades d las raíces.
7. Operar con radicales del mismo y distinto índice.
8. Usar la calculadora para operar con potencias y radicales.

Estos objetivos, nos sirven además, para desarrollar el **objetivo de etapa**:

l) Elaborar estrategias de identificación y resolución de problemas en los diversos campos del conocimiento y la experiencia, contrastándolas y reflexionando sobre el proceso seguido.

Los objetivos de la unidad didáctica nos ayudarán a alcanzar los **objetivos de área**:

1. Utilizar el conocimiento matemático para organizar, interpretar e intervenir en diversas situaciones de la realidad.
2. Comprender e interpretar distintas formas de expresión matemática e incorporarlas al lenguaje y a los modos de argumentación habituales.
6. Utilizar con soltura y sentido crítico los distintos recursos, con especial énfasis en los recursos tecnológicos (calculadoras, programas informáticos) de forma que supongan una ayuda en el aprendizaje y en las aplicaciones instrumentales de matemáticas.

## Capítulo 3: Contenidos conceptuales.

Para alcanzar estos objetivos desarrollamos los siguientes contenidos:

1. Potencias de exponente natural.
2. Potencias de exponente entero.
3. Notación científica. Orden de magnitud.
4. Raíz enésima de un número.
5. Potencias de exponente fraccionario.
6. Amplificación y simplificación de radicales. Reducción a índice común.
7. Operaciones con radicales semejantes. Racionalización.

## Capítulo 4: Contenidos procedimentales.

1. Expresión de números en notación científica y realización de operaciones con ellos.
2. Determinación del orden de magnitud de un número expresado en notación científica.
3. Transformación de potencias de exponente fraccionario en radicales y viceversa.
4. Realización de operaciones con radicales, amplificándolos, simplificándolos y reduciéndolos a índice común.
5. Realización de operaciones con radicales semejantes.
6. Resolución de problemas reales con potencias y radicales.

## Capítulo 5: Contenidos actitudinales.

1. Aprecio por el cálculo de aproximaciones decimales de radicales de índice mayor que 2.
2. Reconocimiento de cuándo se puede aplicar una propiedad de potencias o radicales.
3. Utilización crítica y cuidadosa de la calculadora.

## Capítulo 6: Temas transversales.

1. Educación ambiental: Se muestra la necesidad de la utilización de la notación científica para trabajar temas relativos a la naturaleza y al medio ambiente. El reciclado de papel puede comentarse en alguna actividad.
2. Educación para la salud: Se trabajaran algunos conceptos relacionados con la salud, como el crecimiento exponencial de bacterias.

## Capítulo 7: Temporalización.

Dedicaremos al tema alrededor de **ocho sesiones**. Unas **dos semanas** aproximadamente, aunque esto es variable en función de la evolución de los alumnos, de los conocimientos previos y del desarrollo de las actividades.

## Capítulo 8: Metodología.

La unidad se iniciará con explicaciones y pruebas que persiguen un doble objetivo: evaluar los conocimientos previos y motivar a los alumnos por el aprendizaje de nuevos contenidos.

En este sentido, se pueden realizar las siguientes **actividades EN GRUPO**:

- Señalar la presencia y utilidad de las potencias y la notación científica en distintos contextos reales. Pedir a los alumnos que pongan ejemplos: masa de una galaxia, nº de átomos en una cantidad de materia, número de glóbulos rojos en sangre, etc.
- Hacer ver a los alumnos que las potencias son necesarias para indicar cantidades muy grandes (como la masa del universo) y muy pequeñas (como el tamaño de un glóbulo rojo).
- Cálculo del área y volumen de cuerpos muy sencillos. ¿Aparecen potencias?

En cuanto al **NIVEL Y DIFICULTAD DEL TEMA**, se prestará especial atención a:

- La expresión de números en notación científica. Hay que asegurarse que lo hacen correctamente antes de realizar operaciones con números de esta forma.
- El concepto de radical de índice  $n$  puede trabajarse como extensión de los radicales de índices 2 y 3, más conocidos por los alumnos y por ser más intuitivos.
- Es importante que sean conscientes de la relación entre radicación y potenciación, y de las similitudes entre sus operaciones.

Para intentar salvar estas dificultades, será conveniente realizar las siguientes **actividades INDIVIDUALMENTE**:

- Repasar conceptos ya estudiados sobre potencias, recordando las definiciones y las propiedades a través de ejemplos y ejercicios, ya que se van a seguir utilizando.

- Practicar con potencias de exponente negativo, así como los exponentes 0 y 1.
- Trabajar la notación científica con y sin calculadora. El alumno debe tener clara la diferencia entre los exponenciales de 10 con exponentes positivos y negativos.
- Practicar con la identificación de índice de un radical y exponente fraccionario de un entero.
- Aplicar propiedades de los radicales, haciendo ver que son las mismas para cualquier potencia.
- Es muy importante que las alumnas y alumnos sean conscientes de la relación entre radicación y potenciación, y de las similitudes entre sus operaciones. Hay que insistir especialmente en este sentido, para que el alumno comprenda y compruebe por sí mismo que se trata de un mismo concepto. Esto evitará la tendencia a memorizar las propiedades de exponenciales y de radicales como si fueran diferentes.

#### Recursos:

- Cuaderno de clase.
- La **calculadora científica** se podría usar en actividades relacionadas con las aproximaciones decimales de los radicales de números racionales y en el cálculo en notación científica.
- **Juegos de dominó** en los que intervengan potencias y radicales.
- **Videos** sobre las potencias de 10 (Potencias de diez, Áncora audiovisual).
- **Fotocopias de ejercicios.**
- **Libro de texto.**
- **Revistas científicas.**

## Capítulo 9: Actividades de introducción.

### 1. Cuadrado mágico.

Completa los cuadrados vacíos:

???	*	*****		???	2	256
*****	*****	???	↔	128	32	???
**	*****	****		4	512	16

### 2. Notación científica en el cuerpo humano (Interdisciplinariedad con ciencias de la naturaleza).

Una gota de sangre de un milímetro cúbico contiene aproximadamente cinco millones de glóbulos rojos. Una persona que pesa 70 Kg. tiene aproximadamente 4,5 litros de sangre. ¿Cuál sería el número de glóbulos rojos que tiene esta persona? Expresa el resultado como un número de una cifra entera y una potencia de 10.

### 3. Introducción a la raíz cúbica.

Una finca tiene un depósito en forma de cubo con 90 metros cúbicos de agua. Halla las aproximaciones del lado si se sabe que es un cubo. ¿Cuál es el exponente de las potencias que estás utilizando? Si conoces la relación entre el cuadrado y la raíz cuadrada, ¿podrías establecer la relación entre el cubo y la raíz cúbica? Investiga si en tu calculadora existen teclas que te permiten calcular cuadrados, cubos, raíces cuadradas y cúbicas.

# Capítulo 10: Actividades de desarrollo.

## 1. Potencias de exponente entero.

Se les puede entregar a los alumnos una ficha como ésta:

**POTENCIAS II**

Propiedades básicas para operar con potencias.

$$\begin{array}{lll} a^x \cdot a^y = a^{x+y} & a^x \cdot b^x = (a \cdot b)^x & (a^x)^y = a^{x \cdot y} \\ a^x : a^y = a^{x-y} & a^x : b^x = (a : b)^x & a^0 = 1 \text{ si } a \neq 0 \end{array}$$

$0^x = 0 \text{ si } x \neq 0$

Este ejercicio es una continuación de Potencias y por tanto un poco más difícil. Vas a tener un máximo de dos bases distintas, en caso de que sólo haya una coloca en el denominador uno elevado a uno. Simplifica todo lo posible. Ejemplo  $9 = 3^2$

$$\frac{8^{-5} 4^5 32^8 64^{-5} 16^{-9}}{8^0 4^{13} 32^{-4}} = \frac{\square \square}{\square \square}$$

?

### a) Notación científica en bosques (Educación ambiental).

En España, el papel reciclado cada año equivale a 30 millones de árboles no talados.

- a) Expresa dicho número en notación científica.
- b) Halla la raíz cuadrada del número de árboles no talados en 30 años gracias al reciclado y expresa el resultado en notación científica.

### b) Potencias para expresar bacterias (Educación para la salud).

Un tipo de bacteria se reproduce de tal forma que cada hora hay diez veces más bacterias que la hora anterior. Si partimos de una sola bacteria:

- ¿cuántas habrá dentro de una hora?, ¿y dentro de diez?
- Si en un momento determinado tenemos diez millones de bacterias, ¿cuántas había la hora anterior?, ¿y tres horas antes?
- ¿Cuántas horas son necesarias para que haya un millón de bacterias?, ¿y un billón?

### c) Operaciones con radicales

Como se hizo con las potencias, entregamos la siguiente ficha:

#### Operaciones con radicales

En este ejercicio nos aparecerán sumas y restas con radicales. Lo primero que habrá que hacer es extraer del radical todos los factores que sea posible. Finalmente sumamos y restamos aquellos radicales con el mismo radicando.

Ejemplo:

$$\sqrt{108} + \sqrt{27} - \sqrt{75} = \sqrt{2^2 \cdot 3^3} + \sqrt{3^3} - \sqrt{3 \cdot 5^2} = 2 \cdot 3\sqrt{3} + 3\sqrt{3} - 5\sqrt{3} = (6 + 3 - 5)\sqrt{3} = 4\sqrt{3}$$

¡¡Tu puedes, manos a la obra !!

$$\sqrt{125} + \sqrt{80} - \sqrt{45} = \square \sqrt{\square}$$

Comprobar



## Capítulo 11: Actividades de refuerzo.

Están orientadas a aquellos alumnos que tienen dificultades en alcanzar los objetivos señalados. Cabría la posibilidad de dar a estos alumnos estas actividades en unas fichas aparte para que las vayan haciendo. Se pueden proponer las siguientes actividades:

### 1. Potencias de exponente entero.

Expresa las siguientes fracciones como producto de potencias enteras:

a)  $5/7^2$       b)  $2/9^{-3}$       c)  $3/8$       d)  $7^{-1}/9^{-1}$ .

#### a) Racionalización de denominadores.

En las siguientes fracciones multiplica el numerador y denominador por un radical adecuado para que en el denominador aparezca un número entero:

a)  $1/\sqrt{2}$       b)  $3/\sqrt[3]{5}$       c)  $\sqrt{2}/\sqrt{7}$

#### b) Operaciones con radicales.

Calcula las siguientes sumas y restas con radicales:

a)  $4\sqrt{2} - 9\sqrt{2} + 15\sqrt{2}$

b)  $7\sqrt{24} + 9\sqrt{150} - 2\sqrt{54}$

c)  $3\sqrt[3]{3} - 5\sqrt[3]{81} - 8\sqrt[3]{192}$

**c) Relaciona cada magnitud con su orden de magnitud.**

Masa de un sello de correos		$10^3$
Masa de una bacteria		$10^{-3}$
Masa de la pirámide de Keops		$10^{-12}$
Masa de un coche		$10^{10}$

## Capítulo 12: Actividades de ampliación.

Están dirigidas a aquellos alumnos que han alcanzado rápidamente los objetivos propuestos, que tienen curiosidad por el tema y que les gustaría saber más en algunos aspectos:

### 1. Operaciones con radicales de mayor dificultad.

a)  $\sqrt{5/9} + 8\sqrt{20} - \sqrt{10/32}$

b)  $(\sqrt[3]{a^2b^2}\sqrt[4]{ab^4})/\sqrt[6]{ab^3}$

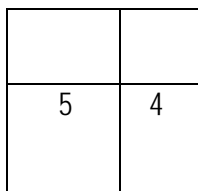
#### a) Notación científica en el universo.

El periodo de revolución de la Tierra en torno al Sol es de un año, aproximadamente 365,25 días, y el periodo de Plutón es de  $7,8210^9$  segundos.

- Expresa en notación científica y en segundos el periodo de la Tierra.
- ¿Cuántos años terrestres tarda Plutón en dar una vuelta alrededor del Sol?

#### b) Demostración geométrica del cuadrado de una suma.

En la siguiente figura aparece un cuadrado de lado  $4 + 5$  y las áreas de los cuadrados y rectángulos que determinan. De la figura se deduce que  $(4 + 5)^2 = 4^2 + 5^2 + \dots$  ¿qué  $n^\circ$  hay que añadir para que se verifique la igualdad?



## Capítulo 13: Criterios de evaluación.

1. Conocer las potencias de exponente natural.
2. Operar con potencias de exponente entero y base cualquiera.
3. Obtener números expresados en notación científica con y sin calculadora.
4. Identificar el orden de magnitud de un número expresado en notación científica.
5. Obtener las raíces de radicales de índice par y de índice impar cuando sea posible.
6. Transformar potencias de exponente fraccionario en radicales y viceversa.
7. Operar con radicales del mismo y distinto índice.
8. Utilizar la calculadora para operar con potencias y radicales.

Con estos criterios de evaluación se desarrollan los siguientes Criterios de evaluación de área:

- Estimar y calcular expresiones numéricas sencillas, aplicando las reglas de prioridad.
- Identificar y utilizar los números enteros, fracciones y decimales para codificar, recibir y producir información en situaciones reales.
- Seleccionar información relevante para resolver problemas.

## Sobre el autor



Raúl Núñez Cabello

### Experiencia docente:

Clases de Matemáticas e Informática de Educación Secundaria Obligatoria en el IES Francisco Rivero de Los Molares (Sevilla) durante todo el curso 2007/2008.

Clases de Matemáticas y Tecnología de Educación Secundaria Obligatoria en el colegio concertado Providencia del Sagrado Corazón en La Línea de la Concepción (Cádiz) durante todo el curso 2006/2007.

Prácticas del Curso de Adaptación Pedagógica (C.A.P.) en el I.E.S. Doménico Scarlatti de Aranjuez (Madrid) en Diciembre de 2004, impartiendo clases en 2º de bachillerato con el profesor-tutor D. José María Lorenzo Magam.

Amplia experiencia impartiendo clases en academias y a particulares de matemáticas a distintos niveles educativos, principalmente a niveles de secundaria obligatoria y bachillerato.

Elaboración de programaciones y unidades didácticas. Conocimiento de la estructura, objetivos y contenidos del sistema educativo.

Tareas de asesoramiento, orientación y coordinación de estudios matemáticos en el Colegio Mayor Guadaira (Sevilla).

Impartición de cursos sobre aprendizaje de distintas aplicaciones informáticas a sus usuarios finales en la Junta de Andalucía.

Teléfonos: 653574158; 605708429;

Correo electrónico: [rncabello@gmail.com](mailto:rncabello@gmail.com)

