



Números racionales e introducción de los números irracionales

de Raúl Núñez Cabello



NÚMEROS RACIONALES E INTRODUCCIÓN A LOS IRRACIONALES

Raúl Núñez Cabello

© 2007. Raúl Núñez Cabello
REGISTRO DE LA PROPIEDAD INTELECTUAL DE ANDALUCÍA: MA-1010/05

© 2007. Portada diseño by Íttakus.
Difusión de la obra: Íttakus



Licencia Creative Commons

Edición cortesía de www.publicatuslibros.com. Debe reconocer los créditos de la obra de la manera especificada por el autor o el licenciador (pero no de una manera que sugiera que tiene su apoyo o apoyan el uso que hace de su obra). No puede utilizar esta obra para fines comerciales. Si altera o transforma esta obra, o genera una obra derivada, sólo puede distribuir la obra generada bajo una licencia idéntica a ésta. Al reutilizar o distribuir la obra, tiene que dejar bien claro los términos de la licencia de esta obra. Alguna de estas

condiciones puede no aplicarse si se obtiene el permiso del titular de los derechos de autor. Nada en esta licencia menoscaba o restringe los derechos morales del autor.

Publicatuslibros.com es una iniciativa de:

Íttakus, sociedad para la información, S.L.

CIF B 23576481
C/ Sierra Mágina, 10.
23009 Jaén-España
www.ittakus.com



Índice de contenido

Índice de contenido:	4
Presentación	5
Capítulo 1: Ubicación y justificación.....	6
Capítulo 2: Objetivos didácticos.....	7
Capítulo 3: Contenidos conceptuales.....	8
Capítulo 4: Contenidos procedimentales.....	9
Capítulo 5: Contenidos actitudinales.....	10
Capítulo 6: Temas transversales.....	11
Capítulo 7: Temporalización.....	12
Capítulo 8: Metodología.....	13
Capítulo 9: Actividades de introducción.....	15
a) Representación en gráfico circular. (Educación para la utilización del tiempo de ocio).....	15
b) Cuarto y mitad en el mercado (Educación del consumidor).....	15
c) Necesidad de ampliación de los números racionales (Recurso metodológico de la historia de las matemáticas).....	15
Capítulo 10: Actividades de desarrollo.....	16
1. Representación de fracciones mediante figuras.....	16
a) Actividades manipulativas:	16
b) El número irracional	16
c) Expresión de conjuntos de números reales mediante intervalos.....	17
Capítulo 11: Actividades de refuerzo.....	18
1. Bosques (Educación ambiental e interdisciplinariedad con ciencias de naturaleza).....	18
a) Adivina, adivinanza.....	18
Capítulo 12: Actividades de ampliación.....	20
1. Problema de Bhaskara (Recurso metodológico de la historia de las matemáticas).....	20
a) El número áureo.....	20
b) Volúmenes.....	20
Capítulo 13: Criterios de evaluación.....	21

Presentación

Este libro forma parte de una colección de cuatro libros sobre aritmética y álgebra para un nivel de segundo ciclo de Educación Secundaria Obligatoria.

Éste es el primer bloque por el que se comienza la enseñanza de matemáticas en todos los cursos de ESO, y es, por tanto, en el que se tiene tradicionalmente más tiempo para proponer a los alumnos diferentes actividades y juegos más originales y creativas de las que se les suele mandar tradicionalmente.

Así, este libro y los otros tres que forman esta colección tratan de ofrecer, a las profesoras y profesores que lo estimen oportuno, algunas actividades sobre diferentes aspectos de este primer bloque matemático para hacer en clase de vez en cuando, así como animarles a hacerlo, ya que, hoy por hoy, se antoja como una opción realmente buena para acercar la aritmética y el álgebra a las alumnas y alumnos.

La colección de libros de aritmética y álgebra la forman las obras: Números enteros y divisibilidad; números racionales e introducción de los números irracionales; potencias y raíces y; proporcionalidad numérica; todos ellos publicados en esta editorial y de los que espero que sean útiles a aquel que los lea.

El autor.

Capítulo 1: Ubicación y justificación.

Este libro está perfectamente justificado por el **Real Decreto 1631/2006, de 29 de diciembre** y por el **Decreto 231/2007, de 31 de julio**, por los que se establecen las enseñanzas mínimas correspondientes a la Educación Secundaria Obligatoria en España y Andalucía respectivamente, así como por la **Orden de 10 de agosto de 2007**, por la que se desarrolla este currículo en Andalucía, que establecen, entre otros como contenidos de 3º de ESO en el bloque de Números y medidas:

- Revisión de fracciones, decimales y porcentajes.
- Números decimales: periodicidad.
- Fracciones equivalentes.
- Operaciones con fracciones.

Este tema se profundizará en 4º de ESO, donde se introducirán los números reales y el acercamiento a los números irracionales mediante sucesiones de racionales.

Antes de este tema, los alumnos deberían conocer el concepto de fracción y saber realizar operaciones sencillas con medidas de longitud, superficie, volumen, capacidad, tiempo y ángulos. Así como, conocer redondear números decimales por exceso y por defecto, y ordenar números decimales.

Capítulo 2: Objetivos didácticos.

Después de este tema, los alumnos deben haber alcanzado los siguientes objetivos:

1. Comparar, ordenar y representar fracciones mediante figuras y en la recta.
2. Identificar fracciones equivalentes.
3. Simplificar fracciones hasta obtener una fracción irreducible.
4. Reducir fracciones a común denominador.
5. Sumar, restar, multiplicar y dividir fracciones.
6. Conocer los números decimales exactos, periódicos puros y periódicos mixtos.
7. Realizar aproximaciones decimales de números racionales e irracionales.
8. Reconocer el concepto de nº racional e irracional.
9. Resolver problemas utilizando fracciones.

Estos objetivos, nos sirven además, para desarrollar el **objetivo de etapa**:

- l) Elaborar estrategias de identificación y resolución de problemas en los diversos campos del conocimiento y la experiencia, contrastándolas y reflexionando sobre el proceso seguido.

Los objetivos de la unidad didáctica nos ayudarán a alcanzar los **objetivos de área**:

1. Utilizar el conocimiento matemático para organizar, interpretar e intervenir en diversas situaciones de la realidad.
2. Comprender e interpretar distintas formas de expresión matemática e incorporarlas al lenguaje y a los modos de argumentación habituales.
6. Utilizar con soltura y sentido crítico los distintos recursos, con especial énfasis en los recursos tecnológicos (calculadoras, programas informáticos) de forma que supongan una ayuda en el aprendizaje y en las aplicaciones instrumentales de matemáticas.

Capítulo 3: Contenidos conceptuales.

Para alcanzar estos objetivos desarrollamos los siguientes contenidos:

1. Fracciones equivalentes.
2. Fracción irreducible.
3. Reducción fracciones a común denominador. Comparación.
4. Número racional. Representante canónico de un número racional.
5. Suma, resta, multiplicación y división de fracciones.
6. Representación de números racionales (figuras y en recta).
7. Números decimales exactos, periódicos puros y periódicos mixtos.
8. Fracción de un número decimal exacto y periódico.
9. Aproximaciones decimales de números racionales e irracionales.

Capítulo 4: Contenidos procedimentales.

1. Representación gráfica fracciones por figuras geométricas y en recta.
2. Obtención de fracciones equivalentes a una dada.
3. Determinación de la fracción irreducible.
4. Reducción a común denominador.
5. Aplicación propiedades de las operaciones de fracciones.
6. Obtención de la expresión fraccionaria de un n° decimal exacto o periódico.
7. Obtención de aproximaciones decimales de números racionales e irracionales.
8. Uso de fracciones, números decimales y aproximaciones en la resolución de problemas.

Capítulo 5: Contenidos actitudinales.

1. Aprecio por la utilización correcta de los números racionales y sus propiedades.
2. Interés por experimentar la utilidad de las fracciones en situaciones de la vida real.
3. Valoración propias capacidades para plantear y resolver problemas relacionados con situaciones de la vida ordinaria.

Capítulo 6: Temas transversales.

1. **Educación del consumidor:** El manejo fluido de las fracciones es necesario para resolver problemas reales, y particularmente para las situaciones de compra y venta.
2. **Educación ambiental:** A través de las fracciones planteamos el estado de los bosques europeos.
3. **Educación para la utilización del tiempo de ocio:** El uso de las fracciones como forma de reparto del tiempo diario nos puede servir para desarrollar este tema transversal.

Capítulo 7: Temporalización.

Unas 3 semanas (aproximadamente **9 sesiones de clase**), aunque esto es variable, en función de la evolución de los alumnos, de los conocimientos previos y del desarrollo de las actividades.

Capítulo 8: Metodología.

La unidad se iniciará con explicaciones y pruebas que persiguen un doble objetivo: evaluar los conocimientos previos y motivar a los alumnos por la consolidación de estos contenidos.

En este sentido, se pueden realizar las siguientes **actividades EN GRUPO**:

- Hacer reflexionar a los alumnos sobre la presencia de las fracciones en distintos contextos: situaciones de compra o consumo, figuras geométricas, etc.
- Pedir a los alumnos que busquen y aporten ejemplos propios donde aparezcan estos números. Esto les ayuda a tomar conciencia de su utilidad.

En cuanto al **NIVEL Y DIFICULTAD DEL TEMA**, se prestará especial atención a:

- La realización de operaciones con fracc. Debe practicarse hasta ser dominada por los alumnos.
- La introducción del número irracional. La existencia de estos números produce una gran impresión a los alumnos, a los que les cuesta entender este nuevo tipo número.

Para intentar salvar estas dificultades, será conveniente realizar las siguientes **actividades INDIVIDUALMENTE**:

- Resolución de problemas que requieran realizar operaciones con fracciones.
- Aproximaciones decimales de números racionales e irracionales.

Recursos:

- Cuaderno de clase.
- Papel milimetrado.
- Calculadora científica.
- Dominós de fracciones.
- Fotocopia de ejercicios.

Capítulo 9: Actividades de introducción.

1. Representación en gráfico circular. (Educación para la utilización del tiempo de ocio)

La entrada en la unidad se puede iniciar con la simulación y representación del grupo-clase como un gráfico circular grande, de tantos sectores como alumnos, de manera que, se averiguan y se representan las fracciones que corresponden a: Alumnas y alumnos que van a natación después de clase, chicas y chicos que tocan algún instrumento musical por las tardes, etc. (Actividad de introducción y motivación).

2. Cuarto y mitad en el mercado (Educación del consumidor).

Se les comenta a los alumnos que si se acercan algún día al mercado, comprobarán, entre otras cosas, para qué sirven las fracciones. Para pedir 125 gramos de jamón utilizamos la expresión "la mitad del cuarto". ¿De qué otra manera podríamos encargar 375 gramos de queso al dependiente? "cuarto y mitad", ¿y 750 gramos? "tres cuartos", ¿Y 1250 gramos? "un kilo y cuarto". Como veis los números racionales pueden ser útiles y muy sabrosos. (Actividad de introducción y motivación y, detección de conocimientos previos).

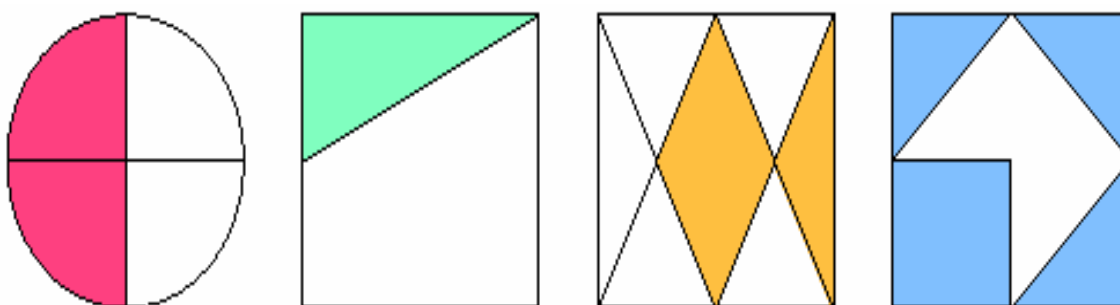
3. Necesidad de ampliación de los números racionales (Recurso metodológico de la historia de las matemáticas).

El teorema de Pitágoras dio origen a los números irracionales, ya que si los catetos de un triángulo rectángulo miden un metro de lado, la hipotenusa no se puede expresar como un número racional. ¿Es posible expresar la diagonal de un salón rectangular de 6 por 5 metros con un número racional?, ¿se puede expresar mediante un n° racional la longitud de una plaza circular de radio 10 m?

Capítulo 10: Actividades de desarrollo.

1. Representación de fracciones mediante figuras.

Escribe la fracción que representa la parte coloreada en estas figuras, y ordénalas de menor a mayor:



a) Actividades manipulativas:

- Comprobar si pares de fracciones son equivalentes: $\frac{2}{4}$ y $\frac{3}{6}$, $\frac{4}{9}$ y $\frac{8}{18}$.
- Hallar la fracción irreducible equivalente: $\frac{8}{32}$, $\frac{81}{243}$.
- Escribir el representante canónico de los números $-\frac{4}{6}$, $-\frac{8}{10}$, $\frac{6}{8}$ y representarlos en la recta.

b) El número irracional π .

$\pi = 3,141592653\dots$ es un n° racional que surgió al estudiar la longitud de la circunferencia. Es el resultado de dividir la longitud de la circunferencia por el diámetro. ¿Será irracional el n° 100^π ? Escribe las cinco primeras aproximaciones de este n° por defecto y por exceso.

c) Expresión de conjuntos de números reales mediante intervalos.

Representa los intervalos de extremos enteros, con un decimal y con dos decimales que contienen al número irracional $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$.

Capítulo 11: Actividades de refuerzo.

Están orientadas a aquellos alumnos que tienen dificultades en alcanzar los objetivos señalados. Cabría la posibilidad de dar a estos alumnos estas actividades en unas fichas aparte para que las vayan haciendo. Se pueden proponer las siguientes actividades:

1. Bosques (Educación ambiental e interdisciplinariedad con ciencias de naturaleza).

España y Portugal poseen $\frac{5}{27}$ y $\frac{1}{40}$ de los bosques europeos respectivamente.

- ¿Qué fracción de bosques europeos tienen España y Portugal?
- ¿Qué fracción de bosques tiene España más que Portugal?
- Calcula la superficie boscosa de cada una de ellas sabiendo que el total europeo es de 122864000 hectáreas. (Se puede aprovechar esta actividad para resaltar la importancia de proteger nuestros bosques).

a) Adivina, adivinanza.

Realizar actividades con operaciones combinadas de fracciones y de reducción a común denominador. Por ejemplo, la siguiente:

Resuelve los ejercicios de fracciones y con la solución busca la palabra que le corresponde en la clave, escribe la palabra debajo de cada fracción y te saldrá una adivinanza que deberás resolver:

$x^2 - 6x + 5 = 0$

$6x^2 - 5x + 1 = 0$

$5x^2 + 7x = 0$

$4x^2 - 9 = 0$

$x^2 + 4x + 3 = 0$

$5x^2 - 5 = 0$

$2x^2 - 6x = 0$

Capítulo 12: Actividades de ampliación.

Están dirigidas a aquellos alumnos que han alcanzado rápidamente los objetivos propuestos, que tienen curiosidad por el tema y que les gustaría saber más en algunos aspectos:

1. Problema de Bhaskara (Recurso metodológico de la historia de las matemáticas).

Aparece en "Lilavati" del siglo XII, y que Bhaskara dedica a su hija:

La quinta parte de un enjambre de abejas se posa sobre una flor de Kadamba, y la tercera parte sobre una flor de Silinda. El triple de la diferencia entre estos dos números vuela sobre una flor de Krutja, y una abeja vuela indecisa de una flor de pandanus a un jazmín. Dime, hermosa niña, el número de abejas.

a) El número áureo.

El número áureo aparece como cociente entre la diagonal del pentágono regular y el lado.

Su símbolo es la letra griega ϕ , y su valor es $\phi = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} = 1,618033\dots$ ¿Cuánto vale la diagonal de un pentágono regular si el lado mide 10 cm? Redondea su valor hasta los milímetros.

b) Volúmenes.

Una casa de campo tiene un depósito de agua de forma cúbica, de 50 m³ de capacidad. Si tu calculadora no es científica, calcula la medida interior del lado del cubo con dos cifras decimales.

Capítulo 13: Criterios de evaluación.

1. Ordenar números racionales y representarlos sobre la recta y mediante figuras.
2. Reconocer fracciones equivalentes.
3. Obtener la fracción irreducible de una fracción dada.
4. Reducir fracciones a común denominador.
5. Utilizar la calculadora para ordenar y comparar fracciones.
6. Realizar operaciones con números fraccionarios y decimales.
7. Identificar los números decimales exactos, periódicos puros y periódicos mixtos.
8. Obtener aproximaciones decimales de números racionales e irracionales.
9. Resolver problemas de números fraccionarios, decimales e irracionales sencillos.

Con estos criterios de evaluación también se desarrollan los siguientes Criterios de evaluación de área:

- Identificar y utilizar fracciones y decimales para codificar y dar información en situaciones reales.
- Seleccionar información relevante para resolver problemas.
- Operar y simplificar expresiones algebraicas sencillas.

Sobre el autor



Raúl Núñez Cabello

Experiencia docente:

Clases de Matemáticas e Informática de Educación Secundaria Obligatoria en el IES Francisco Rivero de Los Molares (Sevilla) durante todo el curso 2007/2008.

Clases de Matemáticas y Tecnología de Educación Secundaria Obligatoria en el colegio concertado Providencia del Sagrado Corazón en La Línea de la Concepción (Cádiz) durante todo el curso 2006/2007.

Prácticas del Curso de Adaptación Pedagógica (C.A.P.) en el I.E.S. Doménico Scarlatti de Aranjuez (Madrid) en Diciembre de 2004, impartiendo clases en 2º de bachillerato con el profesor-tutor D. José María Lorenzo Magam.

Amplia experiencia impartiendo clases en academias y a particulares de matemáticas a distintos niveles educativos, principalmente a niveles de secundaria obligatoria y bachillerato.

Elaboración de programaciones y unidades didácticas. Conocimiento de la estructura, objetivos y contenidos del sistema educativo.

Tareas de asesoramiento, orientación y coordinación de estudios matemáticos en el Colegio Mayor Guadaira (Sevilla).

Impartición de cursos sobre aprendizaje de distintas aplicaciones informáticas a sus usuarios finales en la Junta de Andalucía.

Teléfonos: 653574158; 605708429;

Correo electrónico: rncabello@gmail.com