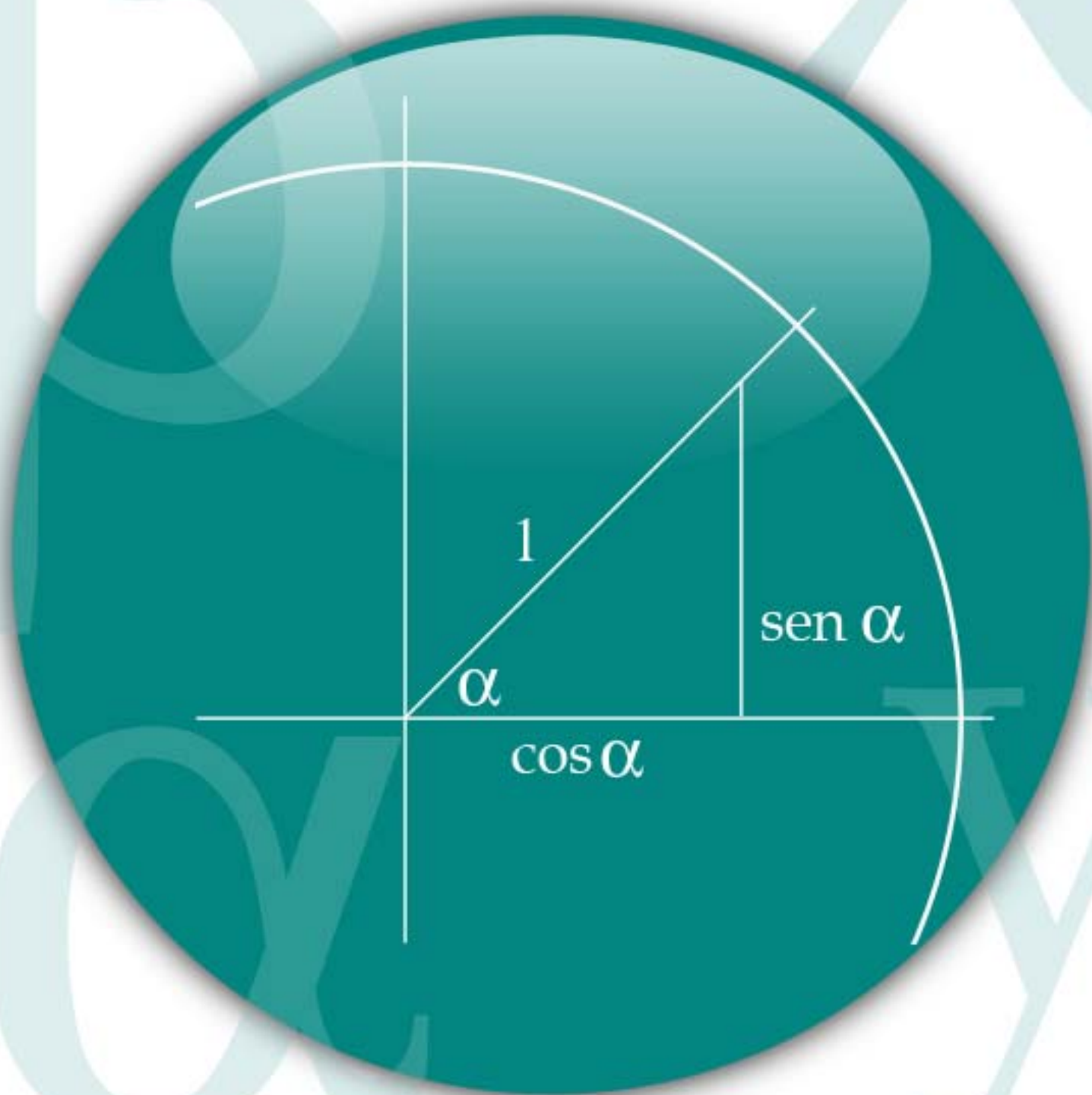


# Historia y Didáctica de la trigonometría



# Historia y didáctica de la Trigonometría

Francisco Luis Flores Gil

*Dedicado a mi  
querida mujer Elena*

© 2008. Francisco Luis Flores Gil  
Portada diseño y difusión de la obra: Íttakus



Licencia Creative Commons

Edición cortesía de [www.publicatuslibros.com](http://www.publicatuslibros.com). Debe reconocer los créditos de la obra de la manera especificada por el autor o el licenciador (pero no de una manera que sugiera que tiene su apoyo o apoyan el uso que hace de su obra). No puede utilizar esta obra para fines comerciales. Si altera o transforma esta obra, o genera una obra derivada, sólo puede distribuir la obra generada bajo una licencia idéntica a ésta. Al reutilizar o distribuir la obra, tiene que dejar bien claro los términos de la licencia de esta obra. Alguna de estas condiciones puede no aplicarse si se obtiene el permiso del titular de los derechos de autor.

Nada en esta licencia menoscaba o restringe los derechos morales del autor.

Publicatuslibros.com es una iniciativa de:



Íttakus, sociedad para la información, S.L.  
C/ Sierra Mágina, 10.  
23009 Jaén-España  
[www.ittakus.com](http://www.ittakus.com)



# Índice

<b>1.</b>	<b>Introducción.</b>	<b>6</b>
<b>2.</b>	<b>Historia de la Trigonometría.</b>	<b>8</b>
2.1	Babilonia y Egipto.	8
2.2	Grecia antigua.	8
2.3	India.	9
2.4	Arabia.	9
2.5	Occidente.	10
2.6	Trigonometría en tiempos modernos.	10
<b>3.</b>	<b>Objetivos didácticos de la unidad.</b>	<b>12</b>
<b>4.</b>	<b>Competencias básicas en la unidad.</b>	<b>14</b>
<b>5.</b>	<b>Contenidos de la unidad.</b>	<b>18</b>
5.1	Contenidos conceptuales.	18
5.2	Contenidos procedimentales.	18
5.3	Contenidos actitudinales.	19
<b>6.</b>	<b>Temas transversales a tratar en la unidad didáctica.</b>	<b>20</b>
<b>7.</b>	<b>Temporalización de la unidad.</b>	<b>21</b>
<b>8.</b>	<b>Metodología posible a usar en la unidad.</b>	<b>22</b>
8.1	Principios metodológicos generales de la asignatura.	22
8.2	Principios metodológicos propios de la unidad.	23
<b>9.</b>	<b>Actividades.</b>	<b>26</b>
9.1	Actividades de introducción.	26
9.2	Actividades de desarrollo.	28
9.3	Actividades de refuerzo.	31
9.4	Actividades de ampliación.	32
<b>10.</b>	<b>Evaluación de la unidad.</b>	<b>35</b>
10.1	Criterios de evaluación.	35
10.2	Instrumentos de evaluación y criterios de calificación.	36
<b>11.</b>	<b>El autor.</b>	<b>38</b>

# 1. Introducción.

La trigonometría es la rama de las matemáticas que estudia las relaciones entre los lados y los ángulos de los triángulos, siendo su significado etimológico “medida de triángulos”. Se divide en dos ramas fundamentales:

- Trigonometría plana: Se ocupa de las figuras bidimensionales, o sea, las contenidas en un plano.
- Trigonometría esférica: Se ocupa de los triángulos que forman parte de la superficie de una esfera.

El estudio de la trigonometría es muy interesante ya que permite resolver una gran cantidad de situaciones y problemas en el mundo real, resultando fundamental especialmente en cualquier tipo de aplicación basada en geometrías y distancias.

De hecho sus primeras aplicaciones fueron en el ámbito de la astronomía, la navegación y la geodesia; casos en los que no es posible hacer mediciones de manera directa o donde las distancias son inaccesibles, como la distancia de la Tierra a la Luna o la medida del radio del Sol.

Otras aplicaciones interesantes de la trigonometría se realizan en Física, o en Ingeniería en casi todas sus ramas, siendo muy importante en el estudio de fenómenos periódicos, por ejemplo en el flujo de corriente alterna para la ingeniería eléctrica.

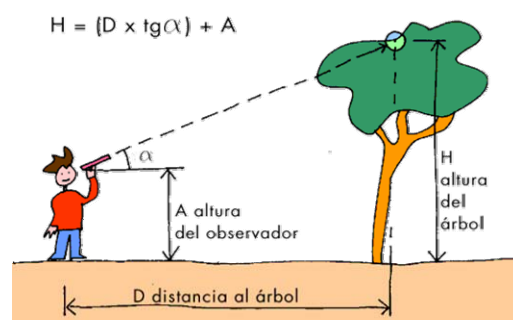
En la E.S.O. los alumnos han ido adquiriendo conocimientos geométricos en cada curso. Ya desde 1º se intenta que conceptos como ángulos, rectas, mediatriz, bisectriz, relaciones angulares, ángulos en polígonos, simetrías en figuras planas, triángulos, cuadriláteros, polígonos regulares, circunferencia, teorema de Pitágoras, teorema de Thales, poliedros, áreas, volúmenes, etc, sean familiares para los alumnos. Pero no será hasta 4º curso de la E.S.O. cuando los alumnos y alumnas vean en qué consiste la trigonometría.

Pronto descubrirán la utilidad de la misma para todo tipo de cálculos geométricos como la obtención de áreas, medidas de lados y ángulos en figuras geométricas, hallar tamaños de manera indirecta, etc.

Posteriormente, en Bachillerato, los alumnos continuarán ampliando sus conocimientos y aplicaciones sobre la trigonometría, tal y como viene recogido en los currículos vigentes.

El tratamiento de esta unidad en la E.S.O. no será fácil, ya que la trigonometría, pese a ser muy visual, es una de las

ramas más técnicas que verán los alumnos en la E.S.O. Debido a esto, la unidad de trigonometría que se imparta en la E.S.O. deberá ser tratada por el profesorado con especial cuidado, intentando siempre motivar y animar a los



alumnos para que confíen en sus propias capacidades y hacerles ver el lado más práctico de la trigonometría.

## 2. Historia de la Trigonometría.

Los comienzos de la trigonometría se remontan a las matemáticas de la antigüedad. Vamos a ir viendo su evolución por los distintos pueblos y culturas donde se ha ido desarrollando.

### 2.1 Babilonia y Egipto.

Hace más de 3.000 años los babilonios y los egipcios ya empleaban los ángulos de un triángulo y las razones trigonométricas para realizar medidas en agricultura los primeros, y nada más y nada menos que en la construcción de las pirámides por los segundos.

También se aplicaron en los primeros estudios de astronomía para el cálculo de la posición de cuerpos celestes y la predicción de sus órbitas, en los calendarios y el cálculo del tiempo, y por supuesto en navegación para mejorar la exactitud de la posición y de las rutas.

Fueron los egipcios quienes establecieron la medida de los ángulos en grados, minutos y segundos, criterio que se ha mantenido hasta hoy en día.

### 2.2 Grecia antigua.

Los conocimientos de los pueblos anteriores pasaron a Grecia, donde destacó el matemático y astrónomo Hiparco de Nicea en el S.II a.C, siendo uno de los principales desarrolladores de la trigonometría.

Hiparco construyó las tablas de “cuerdas” para la resolución de triángulos planos, que fueron las precursoras de las tablas de las funciones trigonométricas de la actualidad. En ellas iba relacionando las medidas angulares con las lineales.

Para confeccionar dichas tablas fue recorriendo una circunferencia de radio  $r$  desde los  $0^\circ$  hasta los  $180^\circ$  e iba apuntando en la tabla la longitud de la cuerda delimitada por los lados del ángulo central y la circunferencia a la que corta. Esa tabla es similar a la moderna tabla del seno.

No se sabe con certeza el valor que usó Hiparco para el radio  $r$  de esa circunferencia, pero sí se conoce que 300 años más tarde el astrónomo alejandrino Tolomeo utilizó  $r = 60$ , ya que los griegos adoptaron el sistema numérico sexagesimal (base 60) de los babilonios.

Tolomeo incorporó también en su gran libro de astronomía “El Almagesto” una tabla de cuerdas con un error menor que  $1/3.600$  de unidad. Junto a ella explicaba su método para compilarla, y a lo largo del libro daba bastantes

ejemplos de cómo utilizar la tabla para calcular los elementos desconocidos de un triángulo a partir de los conocidos.

Además de eso Tolomeo enunció el llamado “teorema de Menelao”, utilizado para resolver triángulos esféricos, y aplicó sus teorías trigonométricas en la construcción de astrolabios y relojes de sol. La trigonometría de Tolomeo se empleó durante muchos siglos como introducción básica para los astrónomos.

### 2.3 India.

Al mismo tiempo que los griegos, los astrónomos de la India desarrollaron también un sistema trigonométrico, pero basado en la función seno en vez de en cuerdas. Aunque, al contrario que el seno utilizado en la actualidad, esta función no era una proporción, sino la longitud del lado opuesto a un ángulo en un triángulo rectángulo de hipotenusa dada. Los matemáticos indios utilizaron diversos valores para esa función seno en sus tablas.

### 2.4 Arabia.

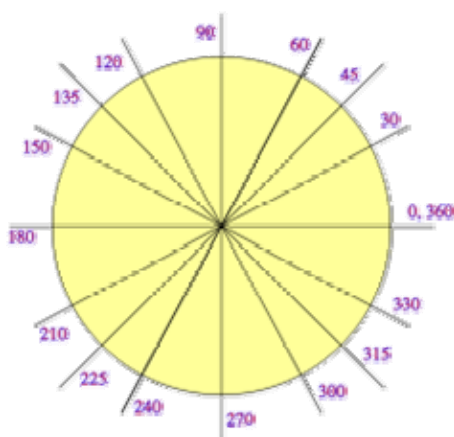
A finales del siglo VIII los astrónomos árabes continuaron con los estudios de trigonometría heredados de los pueblos de Grecia y de la India, pero prefirieron trabajar con la función seno.

De esta forma, a finales del siglo X ya habían completado tanto la función seno como las otras cinco funciones trigonométricas: coseno tangente, cotangente, secante y cosecante.

También descubrieron y demostraron teoremas fundamentales de la trigonometría, tanto para triángulos planos como esféricos, donde incorporaron el triángulo polar.

Estos matemáticos árabes fueron quienes sugirieron el uso del valor  $r = 1$  en vez de  $r = 60$ , lo que dio lugar a los valores modernos de las funciones trigonométricas.

Todos estos descubrimientos los fueron aplicando a la astronomía, logrando medir el tiempo astronómico, e incluso los utilizaron para encontrar la dirección de la Meca, tan fundamental a la hora de realizar las cinco oraciones diarias requeridas por la ley islámica orientados en esa dirección.



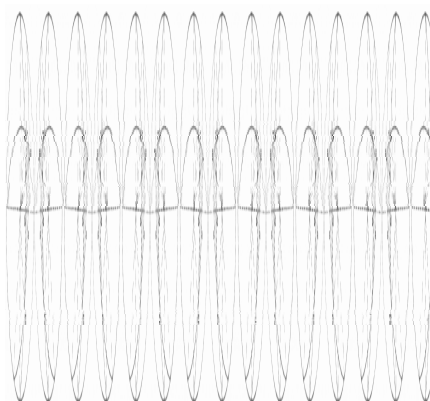
Los científicos árabes también compilaron tablas de gran exactitud. Por ejemplo, las tablas del seno y de la tangente, construidas con intervalos de  $1/60$  de grado (1 minuto) tenían un error menor que 1 dividido por 700 millones.

Además, el primer estudio de las trigonometría plana y esférica como ciencias matemáticas independientes lo realizó el gran astrónomo Nasir al-Din al-Tusi en su obra “Libro de la figura transversal”.

## 2.5 Occidente.

La trigonometría se introdujo en occidente sobre el siglo XII a través de traducciones de libros de astronomía arábigos. En Europa fue el matemático y astrónomo alemán Johann Müller, más conocido como Regiomontano, quien realizó el primer trabajo importante en esta materia, llamado “De Triangulus”.

Durante el siguiente siglo otro astrónomo alemán, Georges Joachim, conocido como Retico, introdujo el concepto moderno de funciones trigonométricas como proporciones en vez de como longitudes de ciertas líneas.



Ya en el S.XVI el matemático francés François Viète incorporó en su libro “Canon matemáticas” el triángulo polar en la trigonometría esférica, y encontró formulas para expresar las funciones de ángulos múltiples en función de potencias de las funciones de los ángulos simples.

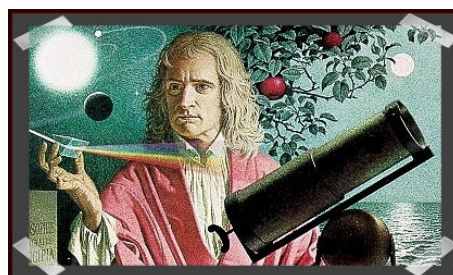
Desde entonces, la trigonometría como estudio de las líneas circulares, y el álgebra de los polinomios, se prestan mucho apoyo.

## 2.6 Trigonometría en tiempos modernos.

A principios del S.XVII se produjo un gran avance en los cálculos trigonométricos gracias al matemático escocés John Napier, que fue el inventor de los logaritmos. También encontró reglas mnemotécnicas para resolver triángulos esféricos, y algunas proporciones para resolver triángulos esféricos oblicuos, llamadas analogías de Napier.

Medio siglo después, el genial Isaac Newton inventó el cálculo diferencial e integral, logrando así representar muchas funciones matemáticas mediante el uso de series infinitas de potencias de la variable  $x$ .

En la rama de trigonometría, Newton encontró la serie para el  $\sin x$ , y series similares para el  $\cos x$  y la  $\tan x$ .



Con la invención del Cálculo, las funciones trigonométricas fueron incorporadas al Análisis, donde todavía hoy desempeñan un importante papel tanto en las matemáticas puras como en las aplicadas.



Por último, en el siglo XVIII, el matemático suizo Leonhard Euler fue quien verdaderamente fundó la trigonometría moderna, definiendo las funciones trigonométricas mediante expresiones con exponenciales de números complejos. Esto convirtió a la trigonometría en sólo una de las muchas aplicaciones de los números complejos. De hecho, Euler demostró que las propiedades básicas de la trigonometría eran simplemente producto de la aritmética de los números complejos.

### 3. Objetivos didácticos de la unidad.

Las matemáticas contribuyen decisivamente en la consecución de los objetivos generales de la Educación Secundaria Obligatoria. Durante su aprendizaje los alumnos van desarrollando su capacidad de reflexión lógica y su capacidad de pensamiento y abstracción.

El objetivo general de la asignatura de matemáticas durante la E.S.O. debe ser, además de dar a los alumnos unos conocimientos para su futuro laboral y profesional, el que adquieran los conocimientos necesarios para desenvolverse como ciudadanos capaces de ejercer sus derechos y deberes en nuestra sociedad actual.

Para tal fin es necesario un correcto conocimiento de conceptos geométricos. Por lo tanto la unidad didáctica dedicada a la trigonometría es una unidad útil para poder cumplir varios de los objetivos de materia y de etapa.

Cualquier unidad didáctica que quiera tratar este tema, deberá tratarse en 4º de la E.S.O. opción B, aunque ya en 3º y caso de considerarlo adecuado por el profesor, se podrá ir adelantando ciertos conceptos trigonométricos a los alumnos con actividades de ampliación incluidas.

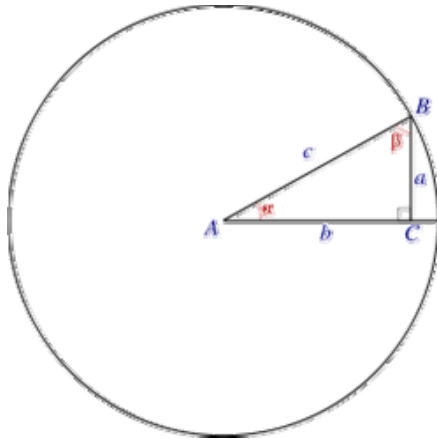
La unidad dedicada a la trigonometría deberá tener unos objetivos propios básicos, que serán:

- Conocer las razones trigonométricas de un ángulo y sus relaciones.
- Utilizar adecuadamente la calculadora para efectuar cálculos trigonométricos.
- Aplicar las relaciones trigonométricas para el cálculo de distancias y ángulos en situaciones reales.
- Utilizar los conocimientos geométricos para efectuar mediciones indirectas relacionadas con situaciones tomadas de contextos cotidianos.

Si queremos ampliar la lista de objetivos y especificarlos más podremos incluir:

- Identificar la semejanza entre figuras planas.
- Conocer el enunciado del teorema de Thales.
- Definir las razones trigonométricas en el triángulo rectángulo.
- Definir las razones trigonométricas de un ángulo agudo y de un ángulo cualquiera en la circunferencia unidad.
- Obtener las razones trigonométricas de un ángulo con la calculadora.
- Obtener un ángulo con la calculadora a partir de una razón trigonométrica de ese ángulo.
- Obtener el signo de las razones trigonométricas de un ángulo en función del cuadrante en el que se encuentre.
- Establecer relaciones sencillas entre las razones trigonométricas de un ángulo

- Hallar las razones trigonométricas de un ángulo a partir de una de ellas.
- Obtener las relaciones entre las razones trigonométricas de: ángulos complementarios, ángulos suplementarios y ángulos opuestos.
- Resolver un triángulo rectángulo conociendo dos lados.
- Resolver un triángulo rectángulo conociendo un lado y un ángulo.
- Aplicar las relaciones trigonométricas para resolver problemas diversos: cálculo de distancias, de áreas, etc.



$$\text{sen}(\alpha) = \frac{a}{c}$$

$$\text{cos}(\alpha) = \frac{b}{c}$$

$$\text{tan}(\alpha) = \frac{a}{b}$$

## 4. Competencias básicas en la unidad.

Se entiende por competencias básicas de la educación secundaria obligatoria el conjunto de destrezas, conocimientos y actitudes adecuadas al contexto que todo el alumnado que cursa la E.S.O. debe alcanzar para su realización y desarrollo personal, así como para la ciudadanía activa, la integración social y el empleo.

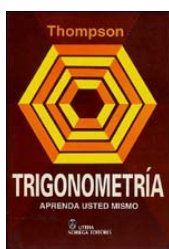
A partir del año 2008 todos los cursos de la E.S.O. deberán incluir un apartado de competencias básicas en su programación, y será recomendable que en la unidad didáctica indiquemos que competencias básicas contribuiremos a adquirir.

La adquisición de las competencias básicas permitirá al alumnado tener una visión ordenada de los fenómenos naturales, sociales y culturales, así como disponer de los elementos de juicio suficientes para poder argumentar ante situaciones complejas de la realidad.

La organización y funcionamiento de los centros, las actividades docentes, las formas de relación que se establezcan entre los integrantes de la comunidad educativa y actividades complementarias y extraescolares pueden facilitar también el logro de las competencias básicas.

La lectura constituye un factor primordial para el desarrollo de las competencias básicas. Los centros deberán garantizar en la práctica docente de todas las materias un tiempo dedicado a la misma en todos los cursos de la etapa.

La existencia de múltiples libros acerca de trigonometría hace que podamos contar con gran variedad de títulos a recomendar a nuestros alumnos, por ejemplo:



- Introducción a la trigonometría plana. Autor: M<sup>ª</sup> del Rocío Nava Álvarez. Grupo editorial Iberoamérica.
- Trigonometría. Autor: Thompson. Editorial: Limusa.
- Aprendiendo matemática y trigonometría con Microsoft Excel. Autor: Belliard Matias. Editorial: Omicrom Systems.

El currículo de la educación secundaria obligatoria deberá incluir, de acuerdo con lo recogido en el Anexo I del Real Decreto 1631/2006, de 29 de diciembre, al menos las siguientes competencias básicas:

a) Competencia en comunicación lingüística, referida a la utilización del lenguaje como instrumento de comunicación oral y escrita tanto en lengua española como en lengua extranjera, de representación, interpretación y comprensión de la realidad, de construcción y comunicación del conocimiento y de organización y autorregulación del pensamiento, las emociones y la conducta.

Será importante que el alumno/a sea capaz de leer y entender los enunciados de los problemas sin dificultad, así como que sepa procesar la información que aparece en los enunciados. Así mismo deberán poder redactar procesos matemáticos y las soluciones a los problemas.

b) Competencia de razonamiento matemático, entendida como la habilidad para utilizar números y operaciones básicas, los símbolos y las formas de expresión del razonamiento matemático para producir e interpretar informaciones y para resolver problemas relacionados con la vida diaria y el mundo laboral.

Forma parte de la competencia matemática la habilidad para interpretar y expresar con claridad y precisión informaciones, datos y argumentaciones, lo que aumenta la posibilidad real de seguir aprendiendo a lo largo de la vida, tanto en el ámbito escolar o académico como fuera de él, y favorece la participación efectiva en la vida social.

c) Competencia en el conocimiento y la interacción con el mundo físico y natural, que recogerá la habilidad para la comprensión de los sucesos, la predicción de las consecuencias y la actividad sobre el estado de salud de las personas y la sostenibilidad medioambiental. Para ello será importante que los alumnos sean capaces de comprender ciertos conceptos científicos y técnicos que hoy en día podemos ver en cualquier medio de comunicación.

d) Tratamiento de la información y competencia digital, entendida como la habilidad para buscar, obtener, procesar y comunicar la información y transformarla en conocimiento, incluyendo la utilización de las tecnologías de la información y la comunicación (TIC) como un elemento esencial para informarse y comunicarse.

e) Competencia social y ciudadana, entendida como aquella que permite vivir en sociedad, comprender la realidad social del mundo en que se vive y ejercer la ciudadanía democrática. Para ello será importante ser capaz de analizar los datos estadísticos relativos a la ciudadanía que en los diferentes medios de comunicación podemos ver diariamente.

f) Competencia cultural y artística, que supone apreciar, comprender y valorar críticamente diferentes manifestaciones culturales y artísticas, utilizarlas como fuente de disfrute y enriquecimiento personal y considerarlas como parte del patrimonio cultural de los pueblos. Será importante que los alumnos sean capaces de analizar expresiones artísticas visuales desde el punto de vista matemático así como conocer otras culturas, especialmente en un contexto matemático.

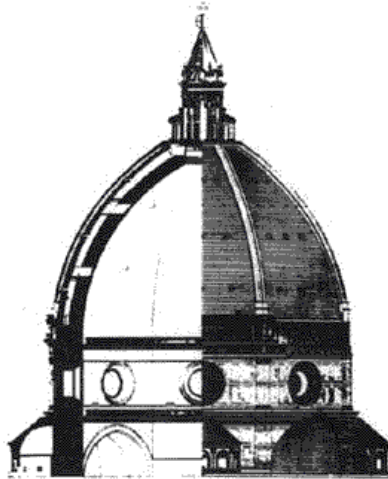
g) Competencia para aprender a aprender, supone disponer de habilidades para iniciarse en el aprendizaje y ser capaz de continuar aprendiendo de manera cada vez más eficaz y autónoma de acuerdo a los propios objetivos y necesidades.

h) Competencia para la autonomía e iniciativa personal, referido por una parte a la adquisición de la conciencia y aplicación de un conjunto de valores y actitudes personales interrelacionadas, como la responsabilidad, la perseverancia, el conocimiento de sí mismo y la autoestima, la creatividad, la autocrítica, el control emocional, la capacidad de elegir, de calcular riesgos y de afrontar los problemas, así como la capacidad de demorar la necesidad de satisfacción inmediata, de aprender de los errores y de asumir riesgos. Incluye también la capacidad emprendedora para idear, planificar, desarrollar y evaluar un proyecto.

Las matemáticas en general y esta unidad de trigonometría en particular, podrán colaborar a la adquisición de las siguientes competencias básicas:

- Puede entenderse que todo el currículo de la materia contribuye a la adquisición de la competencia matemática, puesto que la capacidad para utilizar distintas formas de pensamiento matemático con objeto de interpretar y describir la realidad y actuar sobre ella, forma parte del propio objeto de aprendizaje.
- La discriminación de formas, relaciones y estructuras geométricas, especialmente con el desarrollo de la visión espacial y la capacidad para transferir formas y representaciones entre el plano y el espacio, contribuyen a profundizar la competencia en conocimiento e interacción con el mundo físico. La geometría y en particular los ejercicios de trigonometría colaborarán de forma especial en el trabajo de esta competencia básica.
- La incorporación de herramientas tecnológicas como recurso didáctico para el aprendizaje y para la resolución de problemas contribuye a mejorar la competencia en tratamiento de la información y competencia digital de los estudiantes, del mismo modo que la utilización de los lenguajes gráfico y estadístico ayuda a interpretar mejor la realidad expresada por los medios de comunicación. Ya hemos comentado la cantidad de programas informáticos existentes para ver los resultados obtenidos con la trigonometría.
- Las matemáticas contribuyen a la competencia en comunicación lingüística, ya que son concebidas como un área de expresión que utiliza continuamente la expresión oral y escrita en la formulación y expresión de las ideas. Por ello, en todas las relaciones de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, y en particular en la resolución de problemas, adquiere especial importancia la expresión tanto oral como escrita. La trigonometría contiene una serie de conceptos y términos propios que el alumno aprenderá a usar.

- Las matemáticas contribuyen a la competencia en expresión cultural y artística, porque el mismo conocimiento matemático es expresión universal de la cultura, siendo la geometría en particular parte integral de la expresión artística de la humanidad, al ofrecer medios para describir y comprender el mundo que nos rodea y apreciar la belleza de las estructuras que ha creado.
- En este punto la trigonometría es especialmente importante, ya que muchos dibujos, pinturas, esculturas, y en especial edificios y obras arquitectónicas, están basados o incluyen conceptos geométricos y trigonométricos.



- Los propios procesos de resolución de problemas contribuyen de forma especial a fomentar la autonomía e iniciativa personal, porque se utilizan para planificar estrategias, asumir retos y contribuyen a convivir con la incertidumbre, controlando al mismo tiempo los procesos de toma de decisiones.
- La unidad dedicada a la trigonometría deberá contener gran cantidad de problemas de todo tipo. La resolución de los mismos hará que el alumno obtenga la confianza necesaria en sus capacidades, y los conocimientos necesarios para poder enfrentarse a problemas en su vida cotidiana.

## 5. Contenidos de la unidad.

El medio para alcanzar las capacidades enumeradas en los objetivos lo constituyen los contenidos.

La unidad didáctica sobre la Trigonometría la incluiremos dentro del bloque de Trigonometría y Funciones que aparecerá en nuestra programación de 4º de la E.S.O. opción B.

Dividiremos los contenidos en contenidos conceptuales, procedimentales y actitudinales.

### 5.1 Contenidos conceptuales.

En primer lugar definiremos unos contenidos conceptuales básicos y a continuación daremos otros contenidos con los que los podremos completar:

Contenidos conceptuales básicos:

- Razones trigonométricas de un ángulo agudo: seno, coseno y tangente. Definiciones.
- Relación entre las razones trigonométricas del mismo ángulo. Relaciones fundamentales.
- Razones trigonométricas de los ángulos más frecuentes ( $30^\circ$ ,  $45^\circ$  y  $60^\circ$ ).
- Resolución de triángulos rectángulos.

Contenidos conceptuales para ampliar la unidad:

- Ángulos y su medida.
- Ángulos en el triángulo.
- Semejanza de triángulos.
- Teoremas del triángulo rectángulo.
- Teorema de Thales.
- Razones trigonométricas en el triángulo rectángulo.
- Identidades trigonométricas.
- Razones trigonométricas de ángulos notables.
- Razones trigonométricas de cualquier ángulo. Circunferencia trigonométrica. Signo de las razones.
- Ángulos complementarios, suplementarios y opuestos
- Resolución de triángulos rectángulos
- Aplicaciones de las razones trigonométricas

### 5.2 Contenidos procedimentales.

- Justificación del hecho de que las razones trigonométricas dependen del ángulo y no del tamaño del triángulo.
- Cálculo gráfico de las razones trigonométricas de un ángulo agudo en un triángulo rectángulo.
- Utilización de papel milimetrado para fabricarse un sencillo



instrumento con el que medir directamente las razones trigonométricas de un ángulo.

- Obtención de las razones trigonométricas de un ángulo por medio de algoritmos o usando una calculadora científica.
- Aplicación de las relaciones fundamentales para calcular a partir de una de ellas, las dos restantes.
- Demostración de las dos relaciones trigonométricas fundamentales.
- Cálculo fácil de las razones trigonométricas de los ángulos de  $30^\circ$ ,  $45^\circ$  y  $60^\circ$  a partir del triángulo equilátero y del cuadrado.
- Uso de las teclas trigonométricas de la calculadora científica para el cálculo de las razones trigonométricas de un ángulo cualquiera, para conocer el ángulo a partir de una de las razones trigonométricas o para obtener una razón trigonométrica conociendo ya otra.
- Expresión en forma decimal de un ángulo dado en grados, minutos y segundos.
- Cálculo de distancias y ángulos trigonométricamente a partir de triángulos rectángulos.
- "Estrategia de la altura" para resolver triángulos obtusángulos, consistente en descomponerlos en dos triángulos rectángulos.

### 5.3 Contenidos actitudinales.

- Interés por conocer la aplicación de las razones trigonométricas en la medida indirecta de longitudes y ángulos.



- Reconocer la utilidad de la trigonometría para resolver problemas reales.
- Curiosidad por conocer las aplicaciones de la trigonometría en el estudio de la geometría y de la topografía.
- Apremiar la necesidad de operar con variables nuevas como las razones trigonométricas, y practicar con tantas actividades como sea necesario, insistiendo en los pasos en los que se encuentran dificultades especiales.
- Valorar en su justa medida la utilidad de la calculadora, entendiendo que esta herramienta nos ayudará en los casos en que una razón trigonométrica nos sea desconocida, no cuando podamos deducir el valor del ángulo a partir de un razonamiento gráfico.
- Interés y cuidado a la hora de realizar los cálculos.

## 6. Temas transversales a tratar en la unidad didáctica.

Como ya hemos dicho, el uso de la trigonometría es algo que podemos necesitar usar en nuestra vida diaria. Este enfoque previo hará que el tratamiento de los temas transversales sea fácil en el aula debido a que los alumnos observarán pronto la utilidad de lo explicado.

Dentro de los muchos temas transversales que podremos exponer en esta unidad hemos elegido algunos de los definidos en la legislación vigente, y a continuación hemos expuesto una serie de sugerencias para su desarrollo en el aula.

### Educación de los hábitos de consumo.

Actualmente el acceso a una vivienda propia es una de las principales preocupaciones que tienen los jóvenes en nuestra sociedad. Este problema es por completo visible y comprensible para un alumno de 4º de la E.S.O.

A la hora de comprar un piso y amueblarlo habrá que realizar multitud de medidas, los cuáles podrán resultarnos más fáciles con el uso de la trigonometría.



### Educación ambiental y para el desarrollo sostenible.



Muchas de las actividades de la unidad versan sobre situaciones o contextos naturales: cabos de una bahía, puntos situados a ambos lados de un río, altura de un árbol...

Hoy en día se hace necesario llamar la atención sobre la necesidad de compatibilizar el desarrollo humano con el respeto al medio ambiente, por ejemplo debatiendo sobre el fenómeno de la construcción masiva en las

costas y la necesidad de proteger el litoral.

## 7. Temporalización de la unidad.

Esta unidad puede llegar a ser bastante extensa por lo que tendremos que atenernos al tiempo que podamos dedicarle, a la hora de plantearnos los objetivos y contenidos de la misma.

El uso de recursos TIC llevará a ampliar el contenido de la unidad didáctica así como el tiempo dedicado a la misma. Aún así en este tipo de unidades será muy recomendable el uso de programas informáticos que harán muy visuales los temas tratados.

Hemos de tener en cuenta que la temporalización estará siempre abierta según las necesidades que veamos en los alumnos. Esta unidad dependerá mucho de los conocimientos que los alumnos traigan adquiridos de Geometría en los cursos previos de la E.S.O.

## 8. Metodología posible a usar en la unidad.

### 8.1 Principios metodológicos generales de la asignatura.

Será importante que conozcamos los principios metodológicos generales de la asignatura, ya que cualquiera de ellos los podremos aplicar en la unidad.

Los principios metodológicos del área de matemáticas serían:

- En la E.S.O. es cuando el niño empieza a desarrollar y a usar verdaderamente su capacidad de razonamiento y abstracción. Las matemáticas son una herramienta imprescindible para lograr los mejores avances en estos campos. El profesor debe fomentar al máximo el esfuerzo en sus alumnos para lograr en ellos el mejor desarrollo en ambas facultades.
- Las matemáticas deben ser mostradas a los alumnos por el profesor de la manera más cercana posible al mundo cotidiano. El alumno/a debe entender que está rodeado por conceptos matemáticos que además no deja de usar.
- Los alumnos de la E.S.O. tienen gran interés en las nuevas tecnologías, y las matemáticas constituyen un área en la que el uso de las TIC son muy útiles, ayudando como recursos didácticos al profesor. Éste además podrá hacer ver a los alumnos que todas las nuevas tecnologías que nos rodean tienen sus principios en conceptos matemáticos
- Las matemáticas es una asignatura que fomenta la imaginación y la curiosidad en los alumnos. Un mismo problema, ejercicio o juego matemático puede resolverse de muchas formas posibles, y todas ellas darán el mismo resultado correcto. Al mismo tiempo, habrá otros ejercicios o problemas que sean o tengan resultados sorprendentes. Todo esto debe ser usado por el profesor para que el alumno/a se sienta atraído por la asignatura, haciendo uso del mayor número posible de este tipo de ejercicios o juegos y destacando así el carácter lúdico de la asignatura.
- El trabajo en grupo debe ser animado por el profesor de matemáticas, quien debe desarrollar actividades que cree hábitos de trabajo en equipo, fomentando la participación de todos los alumnos.
- En las matemáticas, será fundamental que el profesor presente el contenido de forma bien estructurada, organizada y secuenciada, adaptándose a las particularidades de cada alumno/a, ya que es muy importante respetar los ritmos de aprendizaje de ellos.
- Asimismo es importante respetar la forma cíclica de la enseñanza de las matemáticas, logrando por ejemplo que los alumnos que tuviesen algún problema la primera vez que se explicara algo, tuvieran la opción de enterarse en otra ocasión.
- Los temas deben iniciarse con una pequeña introducción que afiance y resuma los contenidos en los que se base la nueva unidad didáctica, y que ya hayan sido vistos anteriormente por los alumnos. De esta forma se da continuidad y se facilita la comprensión de los nuevos conceptos.

- El profesor de matemáticas debe mostrar a los alumnos la relación de las matemáticas con otras asignaturas. Al hacer esto el profesor logrará que el alumno/a asiente mejor los conocimientos y le haga ver la importancia y trascendencia de las matemáticas.

## 8.2 Principios metodológicos propios de la unidad.

La unidad deberá iniciarse con explicaciones y pruebas que persigan un doble objetivo: evaluar los conocimientos previos, y motivar a los alumnos por el aprendizaje de nuevos contenidos. En este sentido, proponemos la realización de las siguientes actividades:

La unidad dedicada en el bloque de Geometría y Funciones a la trigonometría podremos dividirla en dos partes:

En lo referente a la primera parte de la unidad, semejanza y Teorema de Thales, tendremos en cuenta las siguientes sugerencias didácticas:

- Mostrar planos, mapas y determinar, en función de la escala, la distancia entre dos puntos determinados.
- Dibujar a escala distintos objetos reales.
- Presentar diferentes triángulos para aplicar los criterios de semejanza.
- Resolver triángulos, aplicando los teoremas de Thales y Pitágoras.
- Representar números enteros, con regla y compás, y números racionales por aplicación del teorema de Thales.
- Trazar figuras semejantes a una dada.
- Resolver problemas relacionados con el teorema de Tales, donde el alumno deba hacer una representación gráfica del mismo.
- Adquieren importancia diferentes materiales didácticos: material de dibujo y medida (regla, compás, escuadra y cartabón), planos, mapas, dibujos a escala, fotografías, recortes de prensa, programas de diseño, calculadora.

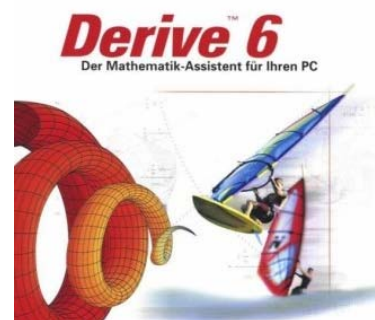
En cuanto a la Trigonometría:

- Al abordar la explicación de la trigonometría, hay que tener siempre en mente que éste es un concepto completamente nuevo para los alumnos, y que sólo el hábito de practicar con diferentes actividades les hará comprenderla totalmente. Por ello, merece la pena dedicar el tiempo que sea necesario a la explicación de las definiciones de las razones trigonométricas, con ejemplos suficientes, con dibujos que ilustren en cada ejercicio qué es exactamente lo que estamos calculando y cuál es su utilidad.
- También le dedicaremos un tiempo a la práctica con la calculadora. El alumno debe llegar a dominar su uso tanto para calcular razones trigonométricas como para hallar ángulos a partir de una razón conocida. Debe quedar bien clara la diferencia entre la función inversa de una razón trigonométrica y el cálculo de la razón inversa correspondiente, por ejemplo, la que existe entre arcoseno y cosecante.

- Tras la práctica con distintos casos de ángulos y triángulos, no será difícil introducir el concepto de circunferencia trigonométrica, ya que en este punto, los alumnos deben haber asumido el hecho de que el valor de una razón trigonométrica no depende de las longitudes de los lados del triángulo. Además se hará hincapié en la utilidad de la circunferencia al permitimos usar cualquier ángulo además de incluir los valores máximo y mínimo de seno y coseno.
- Razonar los pasos que conducen a la relación fundamental de la trigonometría, aportando ejemplos que muestren su veracidad para todos los ángulos, así como su utilidad a la hora de encontrar razones trigonométricas a partir de una dada. A partir de ella, razonar la obtención de otras relaciones entre razones trigonométricas. Practicar las actividades propuestas.
- Utilizando la circunferencia, realizaremos el estudio de otros ángulos cuyas razones trigonométricas coinciden en valor absoluto con las de ángulos del primer cuadrante. En este punto es imprescindible que los alumnos comprendan cuál es en cada caso la relación entre unos y otros ángulos, por lo que debemos incluir todo tipo de dibujos explicativos en la resolución de las actividades propuestas, aparte de utilizar el mayor número posible de ejemplos que conduzcan a eliminar cualquier duda.
- Al principio de la unidad, ya se utilizaron los triángulos rectángulos en las incluso en las explicaciones e actividades, por lo que no debe resultar muy compleja la resolución de triángulos rectángulos variando los datos conocidos en cada problema. Aquí se puede aprovechar para repasar el planteamiento de problemas a partir de enunciados. Tampoco implicará mucha dificultad el cálculo del área, que se puede practicar con las actividades propuestas y con algunas más si se estima necesario.
- Por último, veremos las aplicaciones de la trigonometría, por medio de actividades que persiguen que el alumno comprenda su utilidad en la vida real.

Como materiales didácticos se podrán utilizar los siguientes recursos:

- La calculadora científica se hace casi indispensable para el desarrollo de los contenidos procedimentales correspondientes a esta unidad: el cálculo de una razón trigonométrica de un ángulo o la obtención de la medida de un ángulo del que se conoce una de sus razones.
- Los programas informáticos dotados de herramientas matemáticas en general permiten realizar de forma sencilla operaciones con ángulos y razones trigonométricas de ángulos. Entre ellos se puede señalar la aplicación DERIVE. A Mathematical Assistant.
- Los programas informáticos interactivos de tipo geométrico, tales como la aplicación CABRI. Géometre II, permiten realizar gráficos a escala que facilitan el estudio de las razones



trigonométricas de un cierto ángulo y de situaciones de tipo geométrico o topográfico.

- Instrumentos de medición de distancias y ángulos: cintas métricas, transportadores de ángulos, teodolitos, etc. Alguno de ellos puede ser construido por los propios alumnos.

Algunas estrategias a las que podemos recurrir son:

- Ofrecer en cada caso el tiempo necesario para la construcción significativa de los conocimientos.
- Alternar el trabajo individual con el de grupo y propiciar el intercambio fluido de papeles entre alumnos como mecanismo corrector de posibles prejuicios sexistas.
- Diversificar el uso de códigos y modos de expresión con objeto de que los alumnos establezcan relaciones pertinentes.
- Individualizar, en la medida de las posibilidades, el seguimiento del aprendizaje de cada alumno.
- Coordinar los distintos ritmos de trabajo y de adquisición de conocimientos.

## 9. Actividades.

Las actividades o experiencias de aprendizaje son el conjunto de tareas o actuaciones de toda índole que los alumnos y las alumnas deben realizar para alcanzar los objetivos previstos y adquirir los contenidos seleccionados. Es importante disponer de un amplio y variado repertorio de actividades para atender (sin dificultades añadidas) al estilo y al ritmo de aprendizaje de cada alumno o alumna. Con ello, sin embargo, no se pretende homogeneizar los tiempos de actividad y las tareas propiamente dichas. Un mismo tiempo educativo puede y debe permitir la realización de actuaciones diversas en un mismo grupo de alumnos y alumnas.

Las actividades las podremos clasificar en varios tipos:

### 9.1 Actividades de introducción.

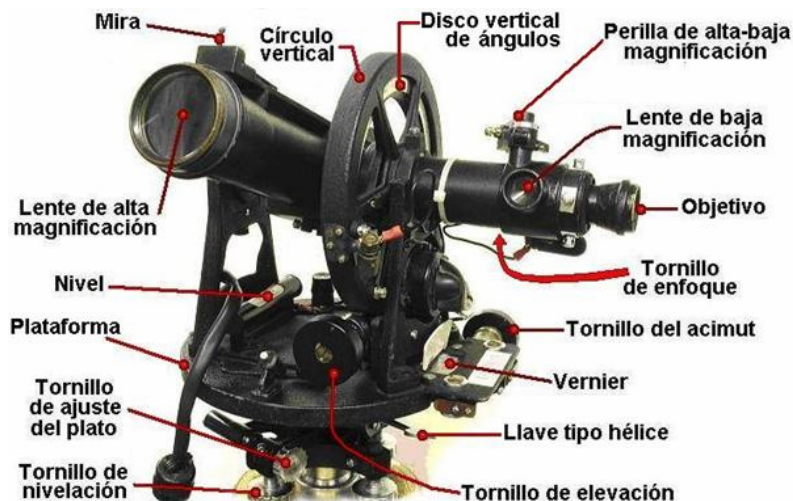
Podemos comenzar la unidad con una breve disertación sobre su desarrollo.

El tema comienza con el estudio del teorema de Thales y la semejanza de triángulos que permiten resolver algunos problemas de triángulos que relacionan los lados entre sí, aplicando el concepto de razón de semejanza. El teorema de Pitágoras permite calcular longitudes, de forma indirecta, siempre que se tenga un triángulo rectángulo.

Las figuras geométricas semejantes aparecen en numerosas ocasiones en nuestro entorno habitual: las ampliaciones o reducciones de una fotocopia, las copias de diferentes tamaños de una misma fotografía, los mapas de carreteras y planos con diferentes escalas o las maquetas de monumentos son simples ejemplos de la presencia de la semejanza geométrica en nuestra vida cotidiana.

En la segunda parte del tema, se amplía el estudio con las razones trigonométricas que relacionan los lados y los ángulos de un triángulo rectángulo. Gracias a esta relación se pueden resolver problemas que con los teoremas de Thales y Pitágoras no se podía.

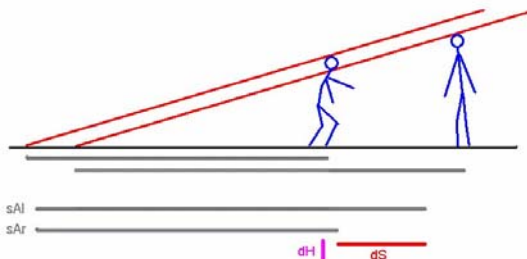
La trigonometría es una herramienta que permite calcular ángulos y distancias de forma indirecta en puntos o lugares inaccesibles. Hoy en día los ingenieros, arquitectos y topógrafos usan los teodolitos que permiten relacionar ángulos y distancias utilizando las fórmulas de la trigonometría que se van a estudiar.



Los alumnos ya deben conocer los teoremas de Tales y Pitágoras. Se pueden plantear actividades de exploración inicial y de motivación relacionados con el concepto de semejanza o con la vida real en el caso del primero y de interpretación geométrica en el caso del segundo:

1º.- Decide, razonando la respuesta, si las siguientes afirmaciones son o no verdaderas:

- Todos los cuadrados son semejantes.
- Todos los rectángulos son semejantes.
- Todos los triángulos equiláteros son semejantes.
- Todos los triángulos rectángulos son semejantes.



2º.- Si una persona que mide 1,70 m proyecta una sombra de 3,40 m y, el mismo día y a la misma hora, la sombra de un árbol mide 15 m, ¿cuánto mide de alto el árbol?

3º.- "El área del cuadrado construido sobre la hipotenusa de un triángulo rectángulo es igual a la suma de las áreas de los cuadrados construidos sobre los catetos". Haciendo uso de este enunciado, dibuja la interpretación geométrica del teorema de Pitágoras en el caso en que los lados midan 3, 4 y 5 cm. respectivamente.

Para introducir la trigonometría utilizamos construcciones geométricas con ayuda de regla, cartabón y un goniómetro:

1º.- Dibuja dos triángulos rectángulos de diferente tamaño pero ambos con un ángulo de 30°. ¿Son semejantes? ¿Qué relación existe entre el cateto opuesto y la hipotenusa de cada uno de los triángulos? ¿Es constante en todos los triángulos rectángulos que tengan un ángulo de 30°? Explícalo.

2°.- Dibuja un triángulo rectángulo isósceles. ¿Qué relación existe entre el cateto adyacente y la hipotenusa respecto del ángulo de 45°? ¿Es constante esta relación?

## 9.2 Actividades de desarrollo.

Figuras semejantes. Razón de semejanza.

1°.- Dibuja:

- a) Dos triángulos isósceles que no sean semejantes.
- b) Dos rectángulos que sean semejantes con razón  $k = 2$ .

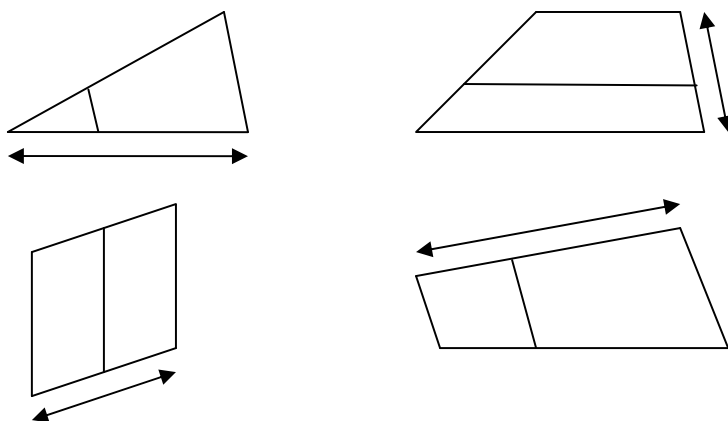
2°.- Los lados de un cuadrilátero miden 2, 3, 4 y 5 cm. respectivamente. Calcula las medidas de los lados de otro pentágono semejante al anterior y tal que su lado mayor mida 18 cm.

3°.- Las medidas de un rectángulo son 3 y 5 cm. Calcula las medidas de otro rectángulo semejante al anterior en los dos casos siguientes:

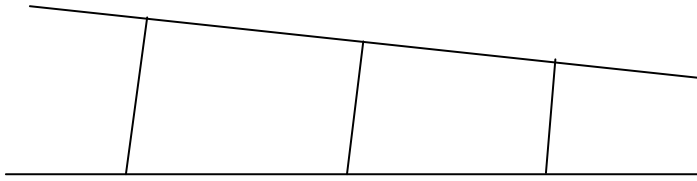
- a) De perímetro 40 cm.
- b) De área 21'6 cm<sup>2</sup>.

Teorema de Tales.

1°.- Calcula el valor de las letras en las siguientes figuras:



2°.- Demuestra que los segmentos AB y BC son iguales.

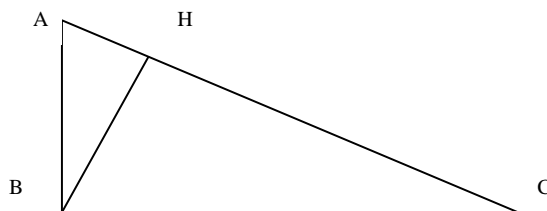


3º.- Calcula la distancia que debe recorrer un pájaro que quiere volar desde la copa del árbol A a la del B.

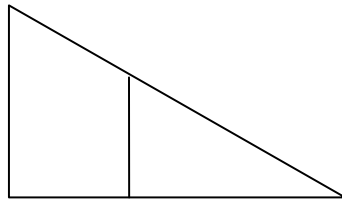


Criterios de semejanzas de triángulos.

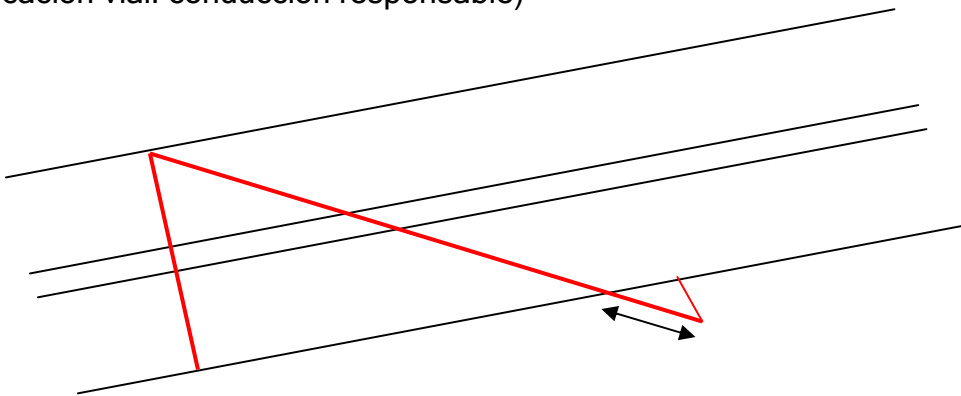
1º.- Utiliza alguno de los criterios de semejanzas de triángulos para demostrar que los triángulos ABH y BHC de la figura son semejantes.



2º.- Calcula los valores desconocidos de las letras x e y en la siguiente figura:



3º.- Calcula la anchura de la autovía de la figura:  
(Educación vial: conducción responsable)



Teoremas basados en la semejanza: de la altura, del cateto y de Pitágoras generalizado.

1º.- Los catetos de un triángulo rectángulo miden 27 y 36 cm. Calcula:  
El valor de la hipotenusa y de las proyecciones de los catetos sobre la hipotenusa.  
El valor de la altura relativa a la hipotenusa.

2º.- Una antena de teléfonos se encuentra sujeta por dos cuerdas que forman un ángulo recto. Los puntos de anclaje de las cuerdas en el suelo están alineados con el pie de la antena y distan de él 5 y 9 metros, respectivamente. Calcula la altura de la antena y la longitud de las cuerdas.

Aplicación de la razón de semejanza llamada escala al cálculo de distancias reales utilizando mapas y planos.

1°.- En un mapa de Andalucía se indica que la escala es 1:50000. ¿Cuál es la razón de semejanza entre la realidad y el mapa? Si la distancia entre dos ciudades en ese mapa es de 15'5 cm. ¿Cuál será la distancia real que las separa? Indica el resultado en kilómetros.



2°.- La distancia entre dos ciudades es de 350 km Y la distancia que las separa en un mapa es de 4'6 cm. ¿Cuál es la escala de dicho mapa?

Diversas actividades de trigonometría básica:

- Pasar de grados a radianes y viceversa.
- Calcular las razones de un ángulo a partir de una razón dada, conociendo el cuadrante, usando relaciones trigonométricas y mediante la calculadora.
- Reducción al primer cuadrante
- Utilizar las relaciones trigonométricas para simplificar expresiones y demostrar identidades.
- Resolver triángulos rectángulos en los que se conocen dos lados o bien un lado y un ángulo.
- Ecuaciones trigonométricas sencillas: Indica la medida de todos los ángulos.

$$a) \operatorname{sen} x = 1/2 \quad b) \operatorname{cos} x = -\sqrt{2}/2 \quad c) \operatorname{tag} x = -1.$$

Utilizar la trigonometría para resolver problemas geométricos y de la vida real:

1º. - Halla el área de un polígono regular de siete lados sabiendo que cada uno de ellos mide 10 cm.

2º.- Dos observadores situados a 70 metros de distancia ven un globo situado entre ellos y en el mismo plano vertical bajo ángulos de elevación de 25° y 70°. Halla la altura del globo y las distancias que lo separan de cada uno de los dos observadores.

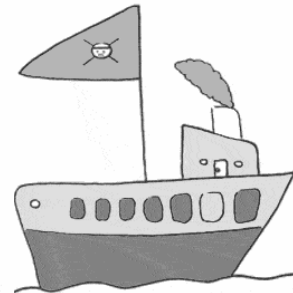
### 9.3 Actividades de refuerzo

Para aquellos alumnos con dificultades en la comprensión de los conceptos y en la aplicación de los procedimientos, proponemos diversos ejercicios que aclaren la idea de semejanza, la aplicación del teorema de Thales y permita obtener destreza en el manejo de las razones trigonométricas.

- Divide un segmento de 6 cm. de longitud en cuatro partes iguales, y en tres partes proporcionales a 1, 2 y 3.
- Los catetos de un triángulo rectángulo miden 12 y 16 cm. Calcula: a) la medida de la hipotenusa, b) el seno del ángulo opuesto al cateto menor, c) el coseno del ángulo opuesto al cateto menor y la tangente del ángulo opuesto al cateto mayor, d) la medida del ángulo más pequeño.
- Desarrolla y simplifica las siguientes expresiones trigonométricas:

$$\left( \frac{\operatorname{sen} x}{\operatorname{cos} x} + \frac{\operatorname{cos} x}{\operatorname{sen} x} \right)^2 \qquad \sqrt{\frac{4}{1 + \operatorname{tg}^2 x}}$$

- Calcula el área de un rombo sabiendo que uno de sus ángulos es de  $45^\circ$  y que su lado mide 2 cm. (Recuerda que al trazar las diagonales del rombo resultan cuatro triángulos rectángulos iguales)
- Desde un acantilado de 9 metros de altura se ve un barco con un ángulo de depresión de  $40^\circ$ . ¿A qué distancia se encuentra el barco de la costa? (El ángulo de depresión es el ángulo formado por la horizontal y la línea de observación cuando se mira hacia abajo).
- Sin ayuda de la calculadora, halla el valor de  $\operatorname{sen} 315^\circ$ ,  $\operatorname{tg} 960^\circ$ ,  $\operatorname{cos} 5\pi/4$ ,  $\operatorname{tg} 13\pi/3$ .
- Expresa las razones trigonométricas de  $70^\circ$ ,  $160^\circ$ ,  $200^\circ$ ,  $340^\circ$  y  $-20^\circ$  en función de las de  $20^\circ$ .



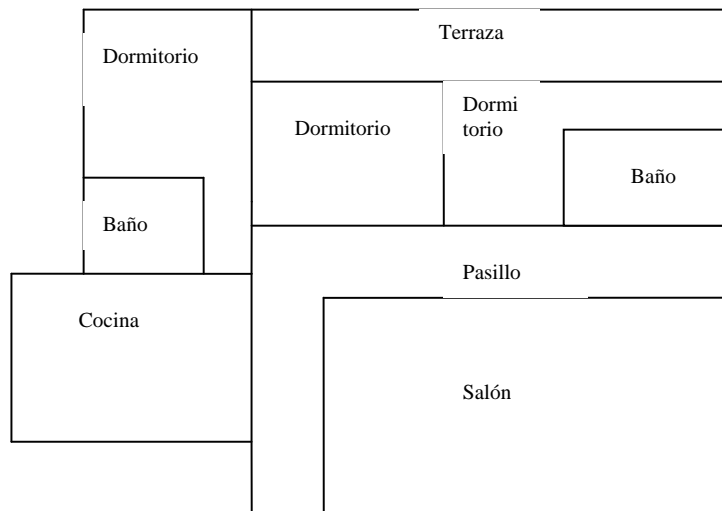
#### 9.4 Actividades de ampliación.

Proponemos ejercicios que exijan el uso del razonamiento y la aplicación de la semejanza y la trigonometría a problemas complejos de geometría y la vida real.

1º.- La base de un triángulo isósceles mide 10 m y la altura 20 m. Calcula su perímetro y el del triángulo que se obtiene al unir los puntos medios de sus lados.

2º.- El plano de la figura representa la distribución de las habitaciones de una casa.

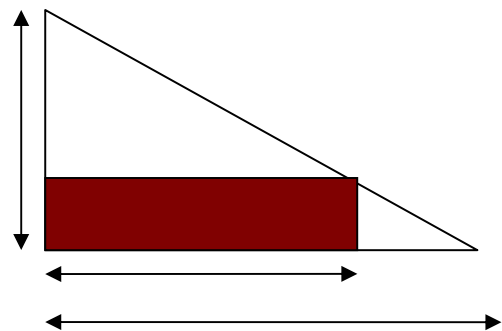
- Halla las dimensiones reales del salón.
- Calcula el área del pasillo.
- Calcula el área total del piso.
- Halla el porcentaje de extensión que corresponde al pasillo respecto al total.



Escala 1:200

3º.- La diagonal de un rectángulo mide 10 cm, y dicho rectángulo es semejante a otro de perímetro 14 cm. Halla las dimensiones del primer rectángulo y la diagonal del segundo. La razón de semejanza del primer rectángulo al segundo es 2.

4º.- Calcula el área del rectángulo de la figura:

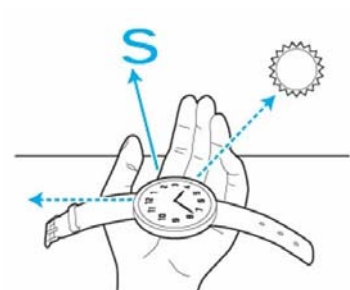


5º.- Utiliza un ejemplo que te permita demostrar, sin usar calculadora, que  $\text{sen}(\alpha+\beta) \neq \text{sen}\alpha + \text{sen}\beta$ .

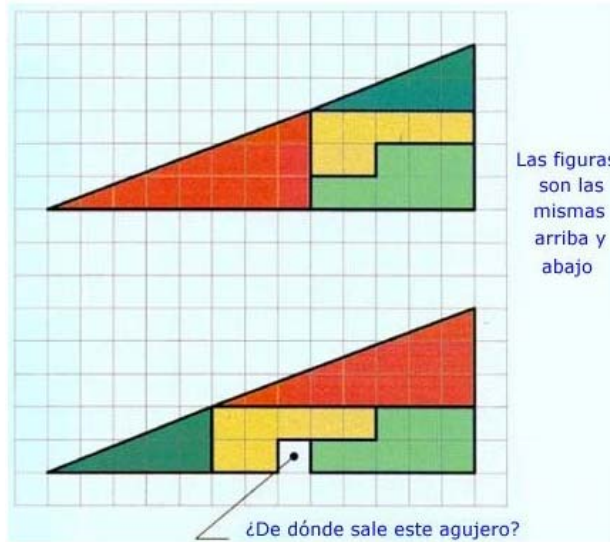
6º.- Resuelve las siguiente ecuación trigonométrica:

$$- \text{sen}(2x-180^\circ) = 1$$

7º.- Un reloj señala las 12 en punto. Después de 25 minutos, ¿qué ángulo forman el horario y el minuterero? Escribe el resultado en radianes y grados.



8º.- Razona qué sucede en las dos figuras siguientes para que sobre un espacio en la segunda composición.



## 10. Evaluación de la unidad.

Entendemos la evaluación como un proceso continuo e integrador, basándonos en las posibilidades de disponer permanentemente de información acerca del camino que está siguiendo el alumno/a en su proceso de aprendizaje y en su formación total como persona. Esto nos permitirá regular los siguientes ritmos y estilos de la enseñanza con los del aprendizaje para reforzar los elementos positivos que vayan apareciendo, y corregir y subsanar los negativos mediante las actuaciones complementarias que sean necesarias.

### 10.1 Criterios de evaluación.

Los criterios de evaluación para 4º de ESO que se exponen a continuación, son los correspondientes al Decreto 148/2002, de 14 de mayo. Pero debemos tener en cuenta que a partir del curso 2008/2009 comenzará a aplicarse el Decreto 1631/2006.

#### 1. Aplicar los conocimientos matemáticos a distintas situaciones.

Se trata de utilizar el conocimiento matemático para organizar, interpretar e intervenir en diversas situaciones de la realidad, utilizando recursos habituales en la sociedad entre los que es preciso destacar los tecnológicos (calculadoras, programas informáticos, etc.).

#### 2. Resolver problemas, controlar los procesos que se están ejecutando y tomar decisiones.

Se trata de reconocer y plantear situaciones en las que existan problemas susceptibles de ser formulados en términos matemáticos, utilizar diferentes estrategias para resolverlos y analizar los resultados obtenidos.

#### 3. Comunicar ideas matemáticas y utilizar distintas formas de razonamientos.

Se trata de incorporar ideas matemáticas al proceso de comunicación habitual del alumnado, utilizando de forma correcta algunos tipos de razonamiento que son de uso común y elemental.

#### 4. Usar conceptos y estructuras conceptuales.

Se trata de practicar con los conocimientos adquiridos, relacionar distintos aspectos del conocimiento matemático y reflexionar sobre las propias estrategias utilizadas en las actividades matemáticas.

#### 5. Utilizar procedimientos matemáticos, algoritmos y destrezas instrumentales.

Se trata de trabajar los aspectos operativos del conocimiento matemático, desde varios puntos de vista: la ejecución correcta, el saber cuándo aplicarlos, y conocer por qué funcionan.

#### 6. Valorar y potenciar las propias capacidades requeridas para el aprendizaje.

Se trata de reconocer la importancia de ciertas actitudes necesarias para alcanzar un desarrollo óptimo y deseable de las capacidades expresadas en los objetivos del área.

En cuanto a la evaluación concreta de la unidad, deberemos evaluar la adquisición de los siguientes conocimientos:

- Efectúa mediciones indirectas utilizando los conocimientos sobre semejanza y trigonometría.
- Aplica las razones trigonométricas para el cálculo de distancias y ángulos en situaciones problemáticas relacionadas con la realidad, como alturas de edificios, anchuras de ríos o avenidas, etc.
- Demuestra habilidad y destreza usando la calculadora para los cálculos asociados a los problemas que requieren la aplicación de conocimientos trigonométricos.
- Demuestra las relaciones trigonométricas fundamentales y las utiliza para la resolución de situaciones problemáticas.

Hemos de tener en cuenta que en la unidad hemos recogido una serie de objetivos a alcanzar por los alumnos, será fundamental que en el apartado de evaluación valoremos el cumplimiento o no de dichos objetivos.

## 10.2 Instrumentos de evaluación y criterios de calificación.

Para la valoración del proceso de aprendizaje de la unidad se tendrá en cuenta el trabajo personal diario efectuado por el alumno. Para ello se harán con frecuencia pequeñas pruebas en el transcurso de la clase, las cuales podrán ser orales, en la pizarra o escritas.

Se hará además una prueba escrita al final de la unidad didáctica para evaluar los conocimientos adquiridos durante la misma.

Para la calificación final de cada alumno se tendrá en cuenta toda la labor realizada a lo largo de la unidad, y se basará en la información recogida en el cuaderno del profesor mediante la observación sistemática, las pruebas puntuales, la asistencia, y la actitud del alumno/a ante la asignatura en el desarrollo de la unidad.

Concretamente la calificación se obtendrá de la siguiente forma:

- Un 60% de los resultados de la prueba escrita.
- Un 20% de pruebas cortas de forma esporádica. Éstas son pruebas de actividades ya realizadas en clase. Así vemos qué alumnos tienen un trabajo diario y continuo.
- Un 20% de actitud ante la materia: interés, respuesta, comportamiento, esfuerzo,...

Este punto y estos porcentajes no están recogidos en ningún sitio de forma oficial, aunque las indicaciones dadas desde los organismos oficiales, así como la propia experiencia como docente, me llevan a tratar de fomentar el trabajo en

los alumnos, aunque para ello tenga que dar un menor peso a las pruebas escritas.

## 11. El autor

Licenciado en Matemáticas. Universidad de Sevilla. (2001)

### **Experiencia docente:**

Profesor en la Universidad de Sevilla en el Master de Tecnologías de Análisis para la Sociedad de la información.

Profesor de Matemáticas y Ciencias de la Naturaleza de Educación Secundaria Obligatoria en el IES Mariana de Pineda (Dos Hermanas/Sevilla).



Amplia experiencia impartiendo clases en academias y a particulares de matemáticas a distintos niveles educativos, principalmente a niveles de secundaria obligatoria, bachillerato y universidad.

Elaboración de programaciones y unidades didácticas. Conocimiento de la estructura, objetivos y contenidos del sistema educativo.

Impartición de cursos sobre aprendizaje de distintas aplicaciones informáticas a sus usuarios finales en la Junta de Andalucía.

### **Otra Experiencia Profesional:**

Septiembre 2001 / Junio 2005: Tareas de análisis y programación de aplicaciones en entorno Oracle 9i para la Junta de Andalucía.

Junio 2005 / Septiembre 2007: Tareas de análisis y programación de aplicaciones en entorno Oracle 9i y Cobol para el Servicio Andaluz de Salud.

Marzo 2001 / Febrero 2004: Tareas de consultaría para la aplicación S.R.P. de la Consejería de Justicia de la Junta de Andalucía.

Formación:

Octubre 2004 - Marzo 2005: Curso de Adaptación Pedagógica (C.A.P.) en el Instituto de Ciencias de la Educación de la Universidad Complutense de Madrid.

Máster en Tecnologías de Análisis para la Sociedad de la Información - Universidad de Sevilla (Edición 2003- 2004)

Título de Experto Universitario en Tecnologías de Análisis para la Sociedad de la información (Edición 2001 - 2002).

Curso Superior de Capacitación en las Nuevas Tecnologías de la Información y la Comunicación. (Periodo: 01/10/2001-23/01/2002, Duración: 400 horas) Organizado por la Consejería de Empleo y Desarrollo Tecnológico de la Junta de Andalucía).

**Correo electrónico:** [f\\_flores\\_gil@hotmail.com](mailto:f_flores_gil@hotmail.com)